

DI UNA BASE TRIGONOMETRICA

MISURATA IN TOSCANA NELL'AUTUNNO DEL 1817

MEMORIA

DI

GIOVANNI INGHIRAMI DELLE SCUOLE PIE

P. P. D'ASTRONOMIA NELL' ISTITUTO XIMENIANO

DI FIRENZE

LETTA IN LIVORNO ALL' ACCADEMIA LABRONICA

il dì 7. Febbraio 1818

CON ADDIZIONI



FIRENZE

NELLA STAMPERIA DI S. GIUSEPPE CALASANZIO

1818



Allorchè l' I. e R. nostro Governo si degnò affidarmi l' incarico di una generale e nuova triangolazione della Toscana [a], tutta sentii nel momento la necessità di una *base*, la cui lunghezza e precisione fosse, per quanto si poteva, proporzionata non meno all' importanza del lavoro, che all' eccellenza degli strumenti, coi quali lo effettuava. Ma contemporaneamente davanti mi si parò la somma difficoltà di un' intrapresa di sì aspra e severa natura; la quale non sempre, nè dovunque, nè da tutti, nè con mezzi limitati e comuni può condursi a fortunato compimento: ma esige la più scrupolosa scelta nelle circostanze e del tempo e del luogo; vuole una supellettile comoda, vasta, ricca di attrezzi; richiede poi in special modo tale ardimentoso coraggio negli operatori, tal bravura, tanta costanza in combattere di passo in passo gli ostacoli che insorgono l'un dopo l'altro per via, tanta avvedutezza nel prevenire tutte quel-

le accidentalità, per le quali si può in un solo istante dissipare il frutto di un lungo e tormentoso lavoro: che ben vedendo io l'impossibilità di combinare sì difficili requisiti, e di unire insieme circostanze sì precise e sì rare, piuttostochè cimentarmi ad una fatica di dubbio e mal sicuro successo, andai lungo tempo mendicando ogni possibil mezzo per esentarmene.

La base misurata in Firenze dal Chiarissimo Astronomo Sig. Barone di Zach nel Dicembre del 1808, uno me ne offeriva a senso mio opportunissimo. Poco notabile, anzi assolutamente meschina ne era per verità la lunghezza; come quella che non si estendeva al di là delle *tese* 425,9552, e diveniva anche qualche poco minore ridotta, secondo il consueto, al livello del mare. Ma io ben sapeva però quale studio avesse portato, e con quanta felicità fosse riuscito quel sommo Geometra nel valutarla; e mi erano troppo ben presenti le cautele e le cure, con le quali l'aveva io medesimo collegata a quei primi triangoli, ai cui lati si appoggia e quindi per diverse vie si dirama tutto il rimanente lavoro. Mi si rendeva dunque assai duro l'indurmi a non farne alcun caso, e supporla in tutto sproporzionata e insufficiente al mio scopo; sentendomi anzi portato a credere che una base di tal carattere, maneggiata con tanta cura fino dalle sue prime e più immediate applicazioni, sia pur comunque limitata la sua lunghezza, potrà sem-

pre tener luogo di un' altra più estesa bensì, ma da cui vinta non resti nell' intrinseca sua bontà, e nel rigore assoluto dei primi usi.

In fatti, non per altro si desidera dai Geometri che venga dato alla base il massimo possibil prolungamento, se non perchè si tiene come per certo che sia non solo assai facile, ma assolutamente inevitabile un qualche errore nell' effettiva misura; e poichè un errore introdotto nel primo lato si risente in seguito da tutti gli altri, e tanto maggiormente quanto questi sono in proporzione maggiori di quello: è dunque manifesta la necessità di ridurre al minor valor possibile questo rapporto proporzionale, e crescer quindi quanto si può il primo lato; onde il difetto comunque poco grave di questo non vada troppo a ingrandirsi, nè divenga affatto vistoso e intollerabile in quelli.

Tutto ciò per altro suppone che l'error presunto sia poco men che lo stesso, tanto nella grande che nella piccola base. Ma se varj e cresca esso pure al crescer di questa base, è evidente che il raziocinio sarebbe illusorio, e niun guadagno si otterrebbe dall'estenderci maggiormente nella misura. Ora, in parità di cose, niente appunto sembrava a me più facile, quanto che l'errore di una base, comunque in principio limitata e ristretta, moltiplichi e aumenti in una permanente proporzione con lei: nè mi veniva fatto di concepire, perchè mai quelle

cause le quali, poste tutte l' ordinarie diligenze, portano un error necessario nel primo tronco, non debban portarne uno quasi simile nei seguenti. So bene che non tutti gli errori, anche derivati da un' origine stessa, risultano di una medesima qualità; ed essendo anzi il più delle volte opposti tra di loro, o si distruggono affatto, o in gran parte si elidono e si compensano; specialmente se tanto a bella posta si prolunghi e si ripeta l' operazione, da dare ampio luogo al giro intero e reiterato di tutte le possibili combinazioni. Ma se questo sì conosciuto principio sussiste ed è ammesso in tutti gli altri casi pratici di questa scienza, non mi appariva dover esserlo gran fatto nel caso nostro; ove il più ordinario e più inevitabil disordine sembra appunto consistere nel deviar più o meno e per diversi sensi dalla linea retta, e dar perciò ai diversi tronchi della misura una lunghezza mai minore, ma sempre anzi maggiore dell' effettiva. Considerato poi il maggior numero di complicazioni e di ostacoli, i quali necessariamente s' incontrano più nelle grandi che nelle piccole misure; le ripugnanze e i difetti delle località, sempre più facili a insorger nei lunghi che nei piccoli tratti, le differenze termometriche ed igrometriche dell' atmosfera tanto più vistose e sensibili, e in conseguenza tanto più atte ad influir sulle pertiche ed alterarne le forme e le dimensioni, quanto maggior si è l' intervallo di

tempo che separa il principio dal termine dell' operazione; la difficoltà di mantener queste pertiche egualmente stese e senza curvarsi durante un lungo maneggio delle medesime; in fine la morale impossibilità che in un'operazione in tutto meccanica, sempre identica, e per molti e molti giorni continuata, s' indebolisca insensibilmente e si stanchi l' iniziale energìa degli operatori, onde non agiscano in ultimo con egual severità e precisione che sul principio: tutto questo mi portava quasi a concludere, che non solo sia cosa per qualche riguardo superflua, ma fors' anche pericolosa l' estendere la lunghezza della base oltre un determinato e moderato confine; che migliore e più opportuno consiglio sarebbe di limitarsi ad una linea di discreta estensione; e nel reiterarne più e più volte le verificazioni e i riscontri, consumare con più sicuro frutto quelle maggiori fatiche, che sacrificar si dovrebbero in prolungarla.

Vero è che per proceder cautamente in questo sistema, sarebbe di piena necessità l' usare almeno ogni più delicata premura nello stabilimento e nella valutazione dei primi e più immediati triangoli. Converrebbe quindi rigettar nel principio tutti quelli che fossero men che perfettamente condizionati; evitare inoltre qualunque genere di riduzioni, e perciò osservar ciascuno degli angoli dal preciso vertice degli altri due; e procurare in fine che

i segnali fossero decisi in modo da non dare ombra alcuna d'erroneità nelle osservazioni. Con queste cautele e coi vantaggi che in oggi ci somministra l'indicibile precisione dei nostri moderni circoli, il rigore della piccola base si trasfonderebbe intatto nei lati adjacenti, che potrebbero stabilirsi alquanto più lunghi di lei; da questi in forza delle medesime diligenze passerebbe in seguito nei posteriori anche più estesi di loro; e presto si giungerebbe ad averne di tal lunghezza, da eccedere i confini medesimi di qualunque gran base, e che senza dubbio potrebbero eguagliarne e forse anche superarne ogni più vantata bontà [b].

Se dunque era appunto tale, come già diceva, il mio caso, se fuori di qualunque eccezione dovea supporsi la mia piccola base, se realmente appariva che nulla avessi io risparmiato per servirmene fino dai primi passi con l'osservanza di tutte le riferite cautele: malamente dovevo io perciò convenire dell'assoluta necessità di ripudiarla. Anzi era così radicata in me la prevenzione contraria, che appoggiato soltanto alla ristrettissima base Fiorentina, ebbi pure il coraggio di concludere e pubblicar le posizioni di *Prato, Pistoja, Volterra, Fiesole* e *S. Miniato*; e se qualche estranea circostanza non mi avesse impedito, avrei di più fatte di pubblica ragione quelle di *Siena, Cortona*, *Pienza, Montalcino* e *Colle*, come pure di mol-

tissime Terre, Castelli, Popoli e Chiese Parrocchiali campestri, che in numero di sopra cinquecento avevo già inclusi nelle moltiplicate reti dei miei triangoli, e cui, con quella franca sicurezza medesima che riponevo nel valore delle mie ragioni e dei miei principj, avevo assegnata di già stabil sede nella gran Carta Toscana. Ma questi principj e queste ragioni, avvalorate fors' anche troppo dalla mia ripugnanza per la nuova fatica, non avrebbero al certo soddisfatta la parte più universale del pubblico; nè potevo sperare che siccome convincevano me, avrebbero poi convinto anche altrui. Quindi per quanto procurassi di metter tutto lo studio e tutta la diligenza che io poteva nella successiva parte trigonometrica delle mie operazioni; e per quanto l' esito delle mie fatiche comparisse agli occhi miei non immeritevole di qualche attenzione: dovevo sempre temere che i più avrebbero riguardato come incompleto tutto il lavoro, tostochè non lo appoggiavo ad una più estesa base, o non davo almeno prove e riscontri della bontà e della sufficienza della prima.

Sempre alieno dall' abbracciare il primo partito, mi rivolsi dunque al secondo; e avendo gettato l' occhio sopra quanto in simil genere si era precedentemente eseguito in Toscana, nè essendomi imbattuto in lavoro alcuno fatto dai nostri, che capace fosse di corrispondere alla mia troppo rigorosa esigenza, sperai che avrei

per lo meno potuto cavare un qualche ragionevol profitto da quanto avevano poco avanti dato in luce i Francesi intorno ad alcune loro operazioni Geodetiche sul littorale Toscano. In un interessante articolo di Storia Astronomica, inserito nella *Conoscenza dei tempi* dell' anno 1793, come pure da una lettera del celebre *Lalande* diretta nel 1798 al Chiarissimo Sig. Barone di Zach, si ha, che non poco avanti la rivoluzione Francese, e precisamente verso l' epoca nella quale la *Corsica* tutta dal dominio dei Genovesi passò a quello della corona di Francia, il giovane Sig. *Tranchot* incaricato delle operazioni preliminari per il nuovo catasto, intraprese ed ultimò in quell' Isola una completa triangolazione. Lo storiografo parla in quei due luoghi con moltissima lode di questa fatica, della quale asserisce che la precisione e la cura vi andarono del pari congiunte con la bontà ed esattezza dei resultati. Tutta quanta l' estensione dell' Isola venne abbracciata da una rete di 60. triangoli principali, i cui lati procedevano da tre gran basi misurate con le precauzioni le più necessarie ed imponenti, e con pertiche diligentemente collazionate sulla Tesa dell' Accademia Reale. Da questa rete si partivano due grandi catene di triangoli accessorj diretti a collegar con la Corsica, da una parte i principali punti marittimi della vicina *Sardegna*, e dall' altra non pochi luoghi della

nostra *Costa* Toscana Jal Fanal di Livorno fino al Monte Argentaro, comprese le isole intermediarie. Il dettaglio di tutte insieme queste numerose operazioni fu legalmente sottomesso all' esame dell' Accademia; e i Commissarj a quest' effetto deputati convennero nel riconoscere ed attestare, che il Sig. Tranchot aveva seguiti i migliori metodi, e impiegati i mezzi i più proprj a dare al suo lavoro tutto il carattere della più precisa esattezza.

Tanti elogj profusi in favore di questo travaglio Geodetico, erano molto favorevoli ed opportuni alle mie circostanze; e sarebbero stati di un ottimo appoggio per me, e per le mie già prese determinazioni, se pur troppo noto al mondo tutto non fosse, quanto a differenza dei nostri, sieno facili quegli scrittori in encomiare con entusiasmo tutto ciò che proviene dai lor nazionali. Frattanto niente esisteva in luce intorno adun' operazione di tal natura, e con tanta sonorità decantata. Nella citata lettera del fu Sig. Lalande al Chiarissimo Zach vien soggiunto, che il Ministro aveva incaricato lui stesso di percorrer di nuovo, e di nuovo mettere in esame le operazioni del Sig. Tranchot. Lalande propose che pubblicato ne fosse un estratto, ma nulla ottenne; e il lavoro rimase e riman tuttora sepolto nel deposito della guerra a Parigi. Mi era dunque impossibile il giudicar direttamente e da me medesimo del valore da

darsi a questa triangolazione: la quale poteva di più esser senza eccezione in ciò che riguarda la Corsica, principale suo scopo, ma non avere egual merito nelle parti accessorie. Un' autorevole e assai distinta persona mi faceva inoltre riflettere, che troppo era da noi remota l'epoca nella quale il Sig. Tranchot aveva operato: che i suoi metodi e molto più le sue macchine dovevano esser ben lontane dalla perfezione a cui sono saliti i metodi e gli strumenti posteriori: che egli stesso era ancor troppo giovine quando intraprese questo travaglio; nè ancora poteva aver diritto bastante a quella fiducia che successivamente con ulteriore indefesso esercizio si è guadagnata: in fine che egli neppure potè agire in qualità di capo e con libertà; ma dovè dipendere dalla direzione dei Sig. *Testevuide* e *Bedigis* i quali più grido avevano di economisti che di Geometri: circostanza notabile e molto calamitosa; poichè niente più contribuisce al cattivo successo di questi lavori, quanto la dipendenza da persone che non sieno in grado di conoscerne con profondità la tattica e l'andamento. Ma tutti questi riflessi non furono per altro bastevoli a distogliermi dalla già presa determinazione; opponendosi a tenermi saldo nella medesima un argomento di tal validità e di tal forza da vincer senza contrasto ogni contraria eccezione. I resultati del Sig. Tranchot provenienti dalle sue operazioni nella

Toscana, erano stati accettati senza esitanza dal Sig. *Puissant*, che sopra di quelli unicamente aveva basata la sua triangolazione dell' *Elba*. Questa triangolazione era celebre in tutto l' Impero Francese, in quantochè si era potuto metterla nel più gran lume col produrne varj sceltissimi tratti a forma di modello in due opere espressamente composte per addestrare i Giovani nell' arte scabrosa e difficile della Geodesia [c]. La carta dell' Elba costruita sugli Elementi di Puissant era stata incisa tanto superbamente, che giammai potrebbe impiegarsi tanta maestrìa e tanto lusso in un lavoro che non fosse del più gran pregio. Tutto dunque annunziava che l' opera del Sig. Puissant era in ogni genere classica; nè restava alcun luogo da dubitare, che altrettanto precisi e certi esser ne dovessero i fondamenti; e per conseguenza non solo poteva io senza scrupolo prevalermene al mio bisogno, ma avrei fatto anzi gran torto alla palese evidenza dei fatti, e troppo sfrontatamente impugnato il pubblico sentimento col non curargli.

Pieno di queste massime, e profondamente penetrato dalla loro aggiustatezza e bontà, m' incamminai adunque alla volta dell' Elba; sempre persuaso però, che qualora mi fosse avvenuto di poter congiunger la mia con le due triangolazioni Francesi, e salir da queste ad un lato comune anche a quella, o non avrei trovalcun divario sensibile, o l' avrei trovato assai

piccolo; nel qual caso, riconoscendo la mia piccola base come impotente a sostenere il confronto delle tre basi Corse riunite, abbandonato affatto ogni riguardo per quella, ero interamente deciso di dare a queste sole una preferenza affatto esclusiva. Pervenuto in quelle parti, fino a quell' epoca affatto nuove per me, ebbi subito il dispiacere di non trovare in essere i più interessanti segnali sopra i quali Tranchot aveva appoggiati i triangoli da lui stesi sulla costa e sull' isole nostre. Quello che esisteva già sui Monti di *Marciana*, ristabilito poco avanti da Puissant, e che vien da esso chiamato il segnale di *Monte Capane*, era nuovamente atterrato, e a me mancava ogni opportunità e comodo di ripristinarlo [d]. Dovei dunque chiamarmi molto contento di poter concluder dalla Triangolazione di Puissant la distanza tra il centro della Torre di *Populonia* e quello del Fanale di *Porto-Ferrajo*, unica linea alla quale potessi sperar di condurmi coi miei Triangoli. Dagli Elementi di Puissant risultava questa distanza di *tese* 11870, 04 lunghezza assai valutabile per un lato che avesse dovuto servirmi in progresso o di confronto o di base [e]; le sue estremità erano ben determinate e precise; e se più opportuna e comoda ne fosse stata la situazione, e con maggior facilità avessi potuto concatenarlo con alcuna delle mie reti più interne, favorevolissimo sarebbe stato per l' in-

teressante oggetto di cui mi occupavo. Ma chi ben conosce la topografia della superiore nostra maremma, chi sa come quelle vaste e feconde pianure restin dalla parte di Terra chiuse e serrate da un' estesa e quasi mai interrotta catena d'ispidi e scoscesi dirupi, che dalla punta di *Castiglioncello* fino alla *Cornia* le separano quasi affatto dall' interior continente Toscano, facilmente comprenderà quanto dovessi trovar duro e impraticabile il divisato progetto. In quell' angustia altro scampo non mi restò che allargarmi sul mare, e trar partito da qualche punto e della *Capraja* e della *Gorgona*, tra quelli che potevo suppor più visibili e più facili a riconoscersi dall' interno; poichè persistevo tuttora immobilmente nella risoluzione già presa di evitare al possibile l'erezione e l'uso di segnali artificiali, soggetti per se medesimi a troppe vicende, e che han più volte dato luogo a dei considerabili abbagli. Il punto che io prescelsi nella Capraja fu la Torre detta dello *Zenobito*, che sorge sull' estremità meridionale dell' isola: e quanto alla Gorgona credei sufficiente una *cima* marcatissima e acuminatissima che spicca in vetta del più alto dirupe, e che avevo di già segnalata da Pietra Marina, da Pisa e dal fanal di Livorno. Osservai adunque in primo luogo questi due punti dal fanale di Porto-Ferrajo e dalla Torre di Populonia. Da questa Torre ebbi anche l'ango-

lo tra lo Zenobito e il *Fortino* di *Cecina.* Dal fortino di Cecina ebbi quelli tra la Gorgona e Populonia, e fra Populonia e Volterra; il secondo dei quali potei pur procurarmi anche presso *Monte Catini* di Val di Cecina dalla stazione del *Monte* alle *Croci*, già da me rammentata nella mia seconda memoria; e d' onde ebbi ancora quello fra il Fortino di Cecina e Populonia, e tra questa e lo Zenobito. Infine da Volterra ottenni l' angolo del segnale del Monte alle Croci col fortino di Cecina e con lo Zenobito. Ora siccome mi era già nota la distanza tra *Volterra* e *Monte* alle *Croci* preveniente te dalla piccola base Fiorentina, dal triangolo Volterra-Croci-Cecina potevo procurarmi il lato *Cecina-Croci*; dal triangolo Croci-Cecina-Populonia il lato *Croci-Populonia*, da Croci-Populonia-Zenobito il lato *Populonia-Zenobito*, e infine da Populonia-Porto Ferrajo- Zenobito il lato richiesto *Populonia-Porto Ferrajo*. Di più avuto come sopra *Monte* alle *Croci-Cecina*, e quindi *Cecina-Populonia* il triangolo Populonia-Cecina-Gorgona mi dava *Populonia-Gorgona*, e quindi il triangolo Populonia, Porto Ferrajo-Gorgona un nuovo *Populonia-Porto Ferrajo* che servir dovea di riscontro al precedente.

A tre assai forti eccezioni soggiacevan peraltro queste Catene. Primieramente niuno dei Triangoli era principale; poichè nè io fui alla tor-

re dello Zenobito, nè alla Gorgona; nè da Populonia o dal Fortino di Cecina mi venne fatto di poter osservar la stazione del Monte alle Croci [f]. In secondo luogo il triangolo *Volterra-Croci-Cecina*, che doveva servirmi per annestar con le antiche la nuova Catena, era non troppo felicemente condizionato, amplissimo essendo l' angolo alle Croci e acutissimi gli altri due: il che dovea gettarmi in tanto maggior diffidenza, in quanto che il lato noto *Volterra-Croci* era molto minor dell'altro *Croci-Cecina* che bisognava concludere. In fine per sì poco tratto si staccavano, e sì prontamente si riattaccavano le due catene, da dar luogo al forte sospetto, se l' identità dei loro risultati finali, quando pure si fosse ottenuta, dovesse addursi come una prova abbastanza certa e inappellabile dell' assoluta loro bontà. Ma oppostamente, io ero ormai troppo assuefatto a far uso con pienissima confidenza, anche nelle circostanze le più imponenti, dei triangoli secondarj; e la mia piccola macchina, continuava, ed ha sempre dipoi continuato fin quì a dar troppo buoni saggi di se, per crederla meno opportuna in questi casi, di quanto mi espressi già di averla trovata nelle mie precedenti memorie. In oltre non poteva molto dubitare del lato *Volterra-Croci* in quantochè applicato alla ricerca della distanza *Volterra-Samminiato*, mi aveva con ammi-

rabile precisione corrisposto a ciò che per la medesima proveniva da altri tre dei miei più insigni triangoli: su di che può vedersi la mia Memoria *sulla longitudine di Volterra, Saminiato e Fiesole*, ove alla *pagina* 2 si vedon quei resultati posti in un luminoso confronto tra loro [g]. Pure per mettermi più al coperto di qualunque rinfaccio, profittando dei tre rammentati triangoli, atti da per se soli a darmi un valore senza eccezione della distanza *Saminiato-Volterra*, e aggiuntovene per maggior sicurezza anche un quarto del tutto nuovo, cioè *Pietra Marina-Volterra-Saminiato*, il quale dava per quella distanza *tese* 15999,14, quantità mirabilmente consonante all'altra procedente dai primi tre [h], invertii l'ordine del triangolo 103. della predetta memoria, ponendovi come base il lato *Saminiato - Volterra*, e deducendone un nuovo *Volterra - Croci*, che risultò per tal via di *tese* 5139,82, minore solo di 0^{t},22 dell' altro risultante dal triangolo 102, *Pietra Marina-Croci- Volterra*; con che credei bastantemente tolto ogni ragionevol dubbio sul valore di quell' interessante elemento.

Quanto all'ultima e più essenziale difficoltà, di cui ben sentiva il forte peso, cercai come meglio mi era possibile di evitarla, costituendo ulteriormente alle già descritte molte stazioni intermedie, col cui soccorso, oltre all' a-

ver fiancheggiato con bastante numero di riprove ciascun lato dei triangoli più interessanti, potei non solo condur più alto, ma precisamente fino ai primi anelli lo stacco della seconda dalla prima catena. Ma per meglio far conoscere il giro e valore di questa sì importante parte della mia operazione, riporterò quì sotto l'occhio il quadro dei triangoli che vi ho impiegati, ristretto però alla semplice denominazione dei vertici; riserbandomi secondo l'usato stile a dare in ultimo il dettaglio delle osservazioni, e il minuto calcolo di ciascun lato.

Triangoli della prima catena:

1°. *Volterra-Poggio alle Croci-Cecina*;
2°. *Poggio alle Croci-Cecina-Populonia*;
3°. *Poggio alle Croci-Populonia-Volterra*;
4°. *Volterra-Populonia-Zenobito*;
5°. *Poggio alle Croci-Populonia-Zenobito*;
6°. *Populonia-Zenobito-Porto Ferrajo*.

Triangoli della seconda catena:

1°. *Volterra-Poggio alle Croci-Pomarance*;
2°. *Volterra-Pomarance-Monte Massi*;
3°. *Volterra-Pomarance-Guardistallo*;
4°. *Volterra-Monte Massi-Guardistallo*;
5°. *Volterra-Monte Massi-Cecina*;
6°. *Volterra-Cecina-Bibbona*;
7°. *Monte Massi-Cecina-Bibbona*;
8°. *Bibbona-Cecina-Populonia*;

9°. *Cecina-Populonia-Gorgona*;
10°. *Gorgona-Populonia-Porto Ferrajo*.

Nel succinto consueto ragguaglio, che dopo il presente ragionamento darò della località e dell' orizzonte di ciascuna stazione, non mancherò di render preciso ed esatto conto dei più oscuri e meno noti fra questi punti: intanto facilmente si vedrà dall' esposto superiore breve prospetto, che le due catene non si appoggiano l' una sull' altra al disotto del primo triangolo. I lati *Volterra-Cecina*, *Cecina-Populonia* vi son comuni ad ambedue; ma nella prima rimangono affatto sterili, nè fanno strada come nell' altra alle determinazioni successive. Danno però un bel mezzo onde fino da questi punti anticipar dei confronti fra le due serie. In fatti, come può riscontrarsi nelle tavole del quadro finale, dalla prima si ha

lato *Volterra-Cecina* . . . . 16572^{t},26
lato *Cecina-Populonia* . . . . . . 17746 ,26
e dalla seconda
lato *Volterra-Cecina* . . . . 16571^{t},43
lato *Cecina-Populonia* . . . . . . 17745 ,07

Anzi nello stesso quadro si troveranno due altri triangoli sussidiarj *Poggio alle Croci-Cecina-Castagneto*, *Monte Massi-Cecina-Castagneto*, quì soppressi onde non portar confusione, ma che servono egualmente che i primi di preventivo riscontro tra le due serie; dando l' uno per *Cecina-Castagneto* cogli elementi della pri-

ma *tese* 7443,90, l' altro con quelli della seconda 7444,05.

I due lati *Volterra-Guardistallo* nel triangolo terzo e quarto di questa stessa ultima serie, e i due altri *Cecina-Bibbona* nel sesto e settimo, sono in egual modo presso che identici, e ne comprovano per altra via la bontà. Differenza alquanto più notabile si è trovata fra i valori del lato *Populonia-Zenobito* nei triangoli quinto e sesto della prima catena, che dall' uno risulta di *tese* 28516,30 e dall' altro *tese* 28513,80. Ma oltre l'eccedente lunghezza di questo lato, devesi rifletter di più, che restando a Volterra impedita la visuale di Populonia, nel triangolo quarto non vi è neppure un sol angolo che immediatamente proceda dall' osservazione; e nel triangolo terzo che gli fa strada, il solo angolo *alle Croci* è stato osservato, ed uno dei conclusi non giunge al valore di 10. gradi: quindi la sola inaspettata qualità del suo risultato, che ad onta di condizioni sì sfavorevoli e opposte, è pur venuto tanto poco differente dall' altro, mi ha dunque spinto ad accettarlo e introdurlo con tutta franchezza nel calcolo.

Ad onta però di tanta precisione, e di un concorso sì bello di singolari riscontri, le due serie non si trovano poi tanto tra loro concordi, quanto giovava attenderci, nell' ultima e più essenziale determinazione, cioè nel la-

to *Populonia - Porto Ferrajo*, primario anzi unico oggetto di tutte la precedenti fatiche. Il valore che ne proverrebbe dalla prima, monta a *tese* 11894,37; mentre dalla seconda non se ne hanno che 11892,25. Così gran differenza non si è per verità incontrata quasichè mai in linee di tanto moderata lunghezza [i]: ma credo però che mi sarà assolutamente permesso di tutta riferirla e all' enorme distanza e alla poca decisione del punto preso di mira sulla Gorgona. In qualunque modo per quanto essa sia grande, non è poi tale da spargere un dubbio assoluto sopra il resultato medio; il quale se non sia il vero, ne sarà certamente pochissimo lungi; e leggerissime cure potranno in seguito assai precisamente rettificarlo. Eppure, quale egli è, e benchè seco non porti che un minutissimo dubbio, si trova *ventitre tese* più grande di quanto risulterebbe dalle triangolazioni Francesi: nè sembra verisimile in modo veruno, che raddoppiate quanto si voglia le cautele e le diligenze, possa mai più giungersi a eliminare una differenza sì forte; la quale non deve al certo attribuirsi nè all' influsso di qualche errore nella base Fiorentina, che troppo grossolano converrebbe supporlo [k], nè al processo della mia triangolazione, troppo bene assicurata con tante riprove.

Confesso però che non poco mi scoraggì una

differenza sì inaspettata e sì strana; e che non solo previdi allora inevitabile l' odiosa necessità della misura di una base effettiva, ma supponendo affatto mio tutto il torto, fui di più per lasciarmi sorprendere dalla più ingiusta diffidenza e contro il mio Teodolito, e contro il mio sistema di verificazioni. Ed avrei troncato affatto il lavoro, se proseguendo la lettura di Puissant, non avessi casualmente trattenuta la mia riflessione sul divario ben forte tra le posizioni Geografiche assegnate a Porto Ferrajo e a Populonia da Tranchot e da Puissant [1]. Per rapporto a Populonia me ne resi alla meglio in qualche guisa capace, considerando che Puissant, dopo aver fissata con tutti gli elementi Geodetici ed Astronomici di Tranchot la posizione di Portoferrajo, credè di dover orientare il resto della sua carta con osservazioni azimuttali sul sole da se medesimo istituite da quel fanale. Ora io so bene a quali varietà ed incertezze vada soggetto questo genere di osservazioni, che oltre alle difficoltà pratiche comuni agli altri elementi di una triangolazione, ha seco l'altra che nasce dalla misura e dalla valutazione del tempo, sì difficile a ben determinarsi negli osservatorj fissi, e molto più in mezzo all' operazioni di campagna. Con tutta quell' immensità di rigore, che fu dai Francesi portata nella misura della grande lor base metrica, trovo che i loro *Azimuth* son talora dub-

biosi di 40 e talora anche di 50 *secondi*; e viene avvertito di più, che gli errori i più imponenti e grossolani si manifestarono appunto in quelle circostanze, nelle quali si era raddoppiata la diligenza per evitarli; argomento certissimo che il punto di perfezione in osservazioni di questo genere è al di sopra dell' industria e dell'arte. Quindi non deve imputarsi a colpa dei nostri Geometri, se neppur essi s' incontrarono con precisione; e l' essersi anzi trovati non moltissimo differenti, forma un qualche argomento di lode per questa parte delle loro operazioni [m]. Ma questo medesimo ragionamento non valeva in loro difesa riguardo a Portoferrajo, per la cui determinazione Geografica, verun nuovo dato venne introdotto da Puissant; ed intanto, mentre egli esattissimamente conveniva con Tranchot circa la latitudine di quel luogo, ne differiva poi 4″,4 intorno alla longitudine [n]. Non potendo frattanto sospettare di erroneità nei calcoli di Puissant, di cui avevo sotto l' l'occhio il minuto dettaglio, nè volendo farne torto all'abilità di Tranchot, che troppo stimavo e stimo, dovei dunque contentarmi di rifonderla interamente nella poca sufficienza e dei metodi e dei lumi che somministrar gli poteva il suo tempo; dei quali perciò o mi era lecito di pensare, che non meritassero almeno in questa parte tutti gli Elogj, che loro anche

posteriormente consacrarono i suoi Nazionali, o che non gli avrebbero al certo meritati nei tempi a noi più vicini: conclusione, che doveva sembrarmi bastevole a spargere una qualche remota diffidenza sugli altri articoli pure delle operazioni di questo Geometra, e perciò anche sulla triangolazione.

Qualunque si fosse allora questo mio raziocinio (la bontà e sodezza del quale io non intenderò adesso di garantire *), certo si è che mi sollevò non poco, e traveder mi fece qualche leggiero lampo di lontana speranza, che nello sconcerto del lato *Populonia - Porto Ferrajo* la colpa potesse non esser in tutto mia, nè le mie precedenti fatiche meritassero ancora quell'assoluta condanna, che forse troppo precipitosamente aveva dentro me medesimo pronunziata. Ma a calmarmi del tutto, e tutto rianimare il mio estinto coraggio, si accoppiò casualmente un' altra singolarissima osservazione. Nella *Conoscenza dei tempi*, dall' anno 1793 in poi, insieme con le posizioni di *Porto Ferrajo* e *Populonia*, e di alcuni altri punti del littorale e dell'isole nostre, si trovavano anche quelle dello *Zenobito* e dell' estrema *cima* della Gorgona: tutte egualmente dedotte dalla triangolazione di Tranchot. Tanto ai due primi che ai due ultimi punti io pure come ho già detto, condotto mi era con la mia triangolazione; ed io pure era perciò in

grado di fissarne in pari modo e coi miei elementi la posizione. Come pochissimo mi costava questa ricerca, mi venne adunque curiosità di tentarla: convinto però che non ne avrei ottenuto verun buon successo; poichè qualora o nella mia piccola base, o in quella di Tranchot, o nell' una insieme e nell' altra, o infine nelle successive operazioni d' ambedue fosse realmente esistito un'errore proporzionato a quanto ne compariva nel comun lato *Populonia-Porto Ferrajo*, dovevamo trovarci al sommo discordi in queste determinazioni; e tanto maggiormente quanto quei punti erano respettivamente più lontani da quelli d'onde ciascun di noi si partiva. Ma se m' ingannassi o no nel concepito presentimento, può ben rilevarsi dal seguente quadro di confronto.

Latitudini	di *Tranchot*	*Nostre*	*Diff.*
di *Populonia*	42° 59' 33"	42° 59' 34,7"	1",7
di *Porto Ferrajo*	42 49 6	42 49 9,7	3, 7
dello *Zenobito*	43 0 18	43 0 25,9	5, 9
della *Gorgona*	43 25 46	43 25 54,2	8, 2
Longitudini			
di *Populonia*	8° 8' 44"	9° 36' 8"	52",8
di *Porto Ferrajo*	7 59 20	8 0 9,6	49,6
dello *Zenobito*	7 27 57	7 28 43,5	46,3
della *Gorgona*	7 52 55	7 53 44,8	49,8

Assai forti per verità sembreranno a prima vista le differenze nelle *longitudini*. Ma senza darne positivo aggravio o all'una o all'altra triangolazione, si rifletta che, secondo quanto riferisce nei precitati luoghi il celebrato Lalande, Tranchot fu costretto a dedur le sue da quella del Fanal di Livorno, supponendo questa come già bene bene stabilita dal rinomatissimo nostro Astronomo Sig. *Giuseppe Slop*, il quale (continua a dirci lo stesso Autore) la concluse dall' altra dell' *Osservatorio* di *Pisa*. Ma non esiste, a notizia mia, memoria o scritto veruno ove si renda conto di queste operazioni del Sig. Slop. D'altronde in quei tempi l'Osservatorio di Pisa, benchè molto avanti costruito, non aveva ancora una posizione ben certa e determinata, come neppur l'avevano i due Osservatorj di Firenze: e di più il Sig. Slop mancava di molti mezzi per cimentarsi con onore a questo genere di travagli. Ma se effettivamente vi si applicò, par verisimile che Egli avrà data a Pisa una longitudine di 32′8″, quale appunto Ei l'assunse fin dal 1788. dietro un'immensa quantità di osservazioni comparate di ecclissi dei *Satelliti di Giove* P. Ma questa determinazione mai venne accettata dalla *Conoscenza dei tempi*, che in molti successivi volumi portò quella longitudine a 32′ 12″, e negli ultimi anni l'ha di più spinta fino a 32′ 15″, forse in con-

seguenza di qualche confronto di una o più occultazioni di stelle, tra le molte osservate e pubblicate in Pisa dal medesimo Sig. Slop. Il Chiarissimo Zach, nelle sue *Tavole portatili del Sole* si attenne esso pure alla seconda ipotesi Parigina [q]: ma dall' altro canto l' *ecclisse Solare* del 1806. osservata in Pisa e posta in calcolo dai Signori *Astronomi Alemanni* darebbe loro 32′ 10″,3. Perciò senza rinunziare affatto alla congettura di Slop in vista almeno dell' esuberante numero di osserservazioni, comunque di non tutta fiducia, a cui Egli l' appoggia: senza rigettar neppur quella dei redattori Francesi, in forza ancora del riguardo avuto per la medesima da un Astronomo sì oculato e preciso; e infine senza trascurar l' altra dei calcolatori instancabili della Germania, siccome proveniente da un fenomeno osservato e ridotto a calcolo in tempi tanto migliori, preso un valor medio tra i tre, potrebbe con qualche verisimiglianza congetturarsi quell' Elemento di 32′ 11″,1 [r]. Ciò intanto supporrebbe nell' antica determinazione un difetto di 3″,1 in *tempo*, che in *arco* corrisponderebbe a 46′5″, e di tanto dovrebber dunque aumentarsi le longitudini di Tranchot, onde poterle rettamente confrontar con le nostre: il che fatto, le differenze divengono

per *Populonia*	6″,3
per *Porto Ferrajo*	3 ,2

per lo *Zenobito* 0",2
per la *Gorgona* 3 ,2

Ora può conoscere ognuno, che quando pure queste differenze, tanto in longitudine quanto in latitudine, fosser totalmente dovute ai disordini della triangolazione, sarebbero, se non piccole, almeno in sommo grado inferiori a quanto avrei dovuto attendermi, se vi fosse l' errore di cui si tratta nel lato *Populonia-Porto Ferrajo*. Ma in un' operazione di questa natura, ove i processi Trigonometrici sono promiscuati con gli Astronomici, e dove nell'applicar quest'ultimi si sono impiegati metodi e mezzi tanto tra loro diversi, non devesi nè si può accordare che le differenze o errori finali sieno esclusivamente da attribuirsi alla sola imperfezione della parte Trigonometrica. Quel vedersi infatti che le maggiori differenze in longitudine quasi costantemente corrispondono alle minori in latitudine, e viceversa, manifesta intanto un qualche piccolo errore negli azimuth, come per la parte almeno di Tranchot si è già rilevato con altre ragioni anche sopra *. Sarebbe poi stato troppo felice il Sig. Tranchot, se con i mezzi che aver poteva alla mano, e con sole 20. osservazioni o sul Sole o sulla Polare (che tante e non più sappiamo da Lalande che esso a quest'oggetto ne istituì) fosse giunto a colpir coll' ultima precisione del *secondo*

nella latitudine di *Tollari* [t], dalla quale egli fa poi dipender quella degli altri tre punti. Inoltre riguardo alle longitudini, abbiamo già avvertito che non debbono riguardarsi come del tutto sicure: ed in fine è fuor d'ogni dubbio aver noi due dovuto essenzialmente differire in riguardo al rapporto Geometrico dei due assi Polare ed Equatoriale della Terra, che io dietro l'ultimo e più ragionato sentimento del Barone di Zach, e in conformità di quanto più evidentemente risulta dalle teorie del peso e della gravitazione universale, ho supposta di $\frac{1}{310}$, mentre all'epoca di Tranchot non si stimava meno di $\frac{1}{300}$.

Quindi se tante e sì diverse cagioni hanno comune insieme l'influsso sopra quelle piccole differenze, poca parte ne resterà da rifondersi unicamente sulla triangolazione di Tranchot, o sulla mia o sull'una insieme e sull'altra. Anzi se voluto avessi imitare gli esempj degli ultimi Geometri Inglesi, come pure di quei Francesi che faticarono nel celebre stabilimento del metro, i quali incontratisi in anomalie anche maggiori delle nostre, tutta ne attribuiron l'origine all'eterogeneità e fallibilità dei dati e dei riscontri Astronomici [v], avrei potuto ancor io esentar da ogni dubbio la bontà delle triangolazioni di cui si questiona. Ma non volli allora estender così oltre il mio ardire, nè mettere a tanto alto livello non dirò le

fatiche mie, ma neppur quelle stesse di Tranchot: e solo mi contentai di poter almeno concludere con qualche apparenza di legittimità, che niuna colpa avevo io, e niuna forse ne aveva il Sig. Tranchot nella nostra dissensione sul lato *Populonia - Porto Ferrajo*: ma che si doveva piuttosto a qualche altra oscura ragione, che qualunque si fosse, era però straniera alle nostre operazioni. Nè io volli allora, come neppure voglio adesso perdermi in rintracciarla: suggerisco soltanto a chi avesse volontà di occuparsene, che l'altro valore di esso lato, quello cioè che paragono col mio, non è di pertinenza immediata ed assoluta della triangolazione di Tranchot.

Ma tutte queste difese niente giovavano intanto al conseguimento del principale mio scopo, di procurarmi cioè una buona e più estesa base tra i lati delle triangolazioni Francesi. Tutte le mie speranze in questo proposito rimasero affatto annientate, subitochè in luogo di trovare in quelle operazioni un appoggio e un risparmio di future fatiche, ebbi anzi che fare assai a sostener contro di loro le fatiche passate, e reggere in tanto scompiglio il pericolante loro decoro e quello insieme della mia piccola base. Ad onta di tutta la mia ripugnanza, mi convenne dunque lentamente dispormi alla misura di una nuova base effettiva ed immediata: ma frattanto che

se ne preparavano i materiali, e si attendeva la stagion più propizia per eseguirla, non mancai di porre a nuovi e più forti cimenti la fedeltà del mio Teodolito; onde le successive sicurezze che ne speravo, maggiormente contribuissero a togliere ogni dubbio di cattiva servitù nel passato. E perchè le nuove operazioni non si limitassero a semplici tentativi, ma nobile ed importante ne fosse anche esteriormente l'oggetto, le diressi a collegar coll'Osservatorio nostro la Torre del Pubblico Palazzo di *Siena*. Nel che anche un altro bel vantaggio mi ripromisi. La posizione di Siena veniva da qualche anno connotata nell'Effemeridi di Parigi ora con un *asterisco*, ora con un *triangolo*, indizj quello di determinazione Astronomica, questo di determinazione Trigonometrica. Mi era per vero dire ignoto il fondamento e dell'una e dell'altra supposizione. Sapevo che i due *Cassini* fino dall'anno 1694, dopo aver fissate con sufficienti metodi le posizioni di Genova, di Firenze, e di altri luoghi che venendo dell'una all'altra Città s'incontran per via, tentarono altrettanto per Siena, ma vanamente: perchè impediti da nebbie e pioggie, che durante la breve lor dimora in quella Città ostinatamente ne ingombrarono il Cielo. Sapevo che dolenti di tal circostanza, e malamente soffrendo che nei loro Cataloghi mancar dovesse il nome di un

luogo sì illustre, e da cui essi stessi si gloriavano di aver avuta un tempo l' origine [u], ebber ricorso per concluderne almeno la latitudine, ad alcune osservazioni che nel 1606 fece colà il Padre *Fuligatti* della Compagnìa di Gesù; ma con quei mezzi che ognuno può facilmente immaginare aver egli avuti in sua mano in tempi sì dai nostri remoti [x]. Sapevo in fine che il celebre *Pirro Gabrielli* Fondatore e Capo dell' Accademia dei *Fisiocritici*, e costruttore di quel rinomato *Eliometro*, si era nuovamente occupato di questa stessa ricerca, con metodi in vero se non del tutto legittimi e rigorosi, assai peraltro più commendevoli di quelli del Fuligatti [y]. Non sapevo però come mai i Francesi, rigettate le determinazioni del più recente Astronomo, si fossero attenuti piuttosto a quelle dell' altro tanto più antico: nè mi era noto se e come avevano potuto verificarle, nè su quali basi avessero stabilita, oltre la latitudine, anche la longitudine di quella Città [z]. Ma l'aver essi inserito l' uno e l' altro elemento nell' opera in questa parte la più sanzionata ed autentica, e l'avervegli per tanti e tanti anni invariabilmente riprodotti, e sempre con caratteristiche tali che solennemente ne garantivano la sicurezza, erano questi per me altrettanti argomenti infallibili, che me ne rendevano illecito qualunque più piccolo dubbio. Io dun-

que ricercando questi elementi con la mia triangolazione, sperava di cavarne quello stesso partito, quella medesima prova della bontà e certo successo di mie fatiche, che avevo inaspettatamente ottenuta dalla stessa ricerca riguardo ai quattro punti marittimi di cui ho tanto parlato di sopra. Anzi qualora, come speravo, avessi per questa volta meglio retto al confronto, avrei forse abbandonato il pensiero della misura. In fatti io non era alfine col pubblico in altro impegno, che di determinar la posizione Geografica dei più rinomati luoghi della nostra Toscana. Se dunque con questo sistema di paragoni giungevo a poter dimostrare esser sufficientissima al propostomi intento anche la mia piccola base, rimanevo fuor dell' obbligo di assicurarne per altre vie la bontà; di cui però quanto a me non sapevo ancor dubitare. Con ogni impegno e calore mi accinsi dunque all' impresa. Possedevo già, ed erano in pienissimo ordine sei ben copiose serie di triangoli, che mi portavano a dei punti vicinissimi alla Città di Siena, la di cui bella Torre avevo già segnalata da *Pietra-Marina* e da *Monte-Luco*, luogo assai alpestre nel *Chianti*, del quale ho precedentemente fatta menzione nella mia prima memoria. Con quattro altre osservazioni istituite da *Gambassi*, da *Lucardo*, da *Strozzavolpe*, e da *S. Agnese* Pieve del Chianti

basso, tutto mi procurai l'occorrente, onde collegar Siena con Firenze, e dedur da questa la posizione di quella. Il che fatto trovai per longitudine di Siena alla Torre 29° 0' 7",4 e per latitudine 43° 19' 18",6; mentre la conoscenza dei tempi dava di longitudine 28° 50' 0" e di latitudine 43° 22' 0" con la differenza di 10' 7",4 nel primo senso, e di 3' 41",4 nel secondo.

Ed ecco in questa sì enorme differenza un nuovo sconcerto, un nuovo terribil contrasto per me: ma dal quale non mi lasciai però tanto abbattere ed avvilire, quanto dal precedente. Strano per verità mi sembrava il dovere indurmi a supporre una trascuratezza così grande in un libro cotanto classico, e rapporto ad una Città così celebre ed importante: ma dall' altro canto troppo abbondante mi sentiva d'argomenti e di sicurezze, da non temer colpevoli di sì ributtante incongruenza le mie operazioni. Per una combinazione affatto singolare, niente appunto si poteva trovar di sì bello, di sì uniforme, di sì ben comprovato, quanto il dettaglio e l'insieme di tutti i triangoli, che avevo impiegati in questa ricerca. La bontà di questa parte delle mie operazioni superava certamente quanto avevo e fatto e pubblicato fin quì. Io contava nelle già dette serie quattro triangoli principali, ove la somma degli angoli non differiva da quella di due

retti, che delle quantità + 1",6; + 1",3; + 4",1; + 6",0. Vi erano superbi riscontri di non pochi lati; tra i quali eccone alcuni tanto più atti a destar maraviglia, quanto più straordinaria ne è l'estensione, e che quì riporto, non solo per comprovare come sia bene appoggiata la mia determinazione Sanese, ma ancora perchè sempre più risalti la maravigliosa attitudine, che tuttor conservava, e che dunque seco portò nella triangolazione marittima, il mio Teodolito.

Lato *Volterra-Monteluco*

Dai Triangoli

Volterra-Cocollo-Monteluco	*tese* 26875,08
Volterra-Lucardo-Monteluco	26875,93
Volterra-Samminiato-Monteluco	26874,01

Borghetto-Samminiato

Dai Triangoli

Rif.ma di Fiesole-Borghet.-Samminiato	14916,26
Camp. di Fiesole-Borghet.-Samminiato	14916,22
S. Casciano-Borghetto-Samminiato	14916,45
Pietra Marina-Borghetto-Samminiato	14915,32

Borghetto-Pietra Marina

Dai Triangoli

Rif.ma di Fiesole-Pietramarina-Borg.	15501,10
Camp. di Fiesole-Pietramarina-Borg.	15501,54
S. Casciano-Pietramarina-Borghetto	15501,45

Borghetto-Montemiccioli

Dai Triangoli

Borghetto-Casole-Montemiccioli	11469,52

Borghetto-S. Agnese-Montemiccioli	11470,27
Borghetto-Strozzavolpe-Montemiccioli	11469,74
Monteluco-Siena	
Dai Triangoli	
Lucardo-Monteluco-Siena	10264,15
Pietramarina-Monteluco-Siena	10264,36
Borghetto-Monteluco-Siena	10264,23
Borghetto-Siena	
Dai Triangoli	
Monteluco-Borghetto-Siena	15145,15
Gambassi-Borghetto-Siena	15145,07
Lucardo-Siena	
Dai Triangoli	
Monteluco-Lucardo-Siena	18326,32
S. Agnese-Lucardo-Siena	18325,76
S. Agnese-Siena	
Dai Triangoli	
Lucardo-S. Agnese-Siena	10288,89
Gambassi-S. Agnese-Siena	10283,50

Dopo tanti e sì eccellenti riscontri, oltre molti altri che potrei addurre, e che sopprimo per brevità, dovevo io dunque temere della mia triangolazione? Sia pur qualunque la precisione e bontà, con la quale e Fuligatti e Gabrielli si condussero nelle loro osservazioni: sieno pure apprezzabili agli occhj degli Effemeridisti Francesi quegli arcani, e fors' anche empirici elementi, sui quali appoggiano la loro determinazione di Siena: non potranno esserlo agli occhi miei, nè a quelli pure di qua-

lunque mediocre conoscitore, ad onta ancora degli angusti limiti della mia base, la quale troppo dovrebbe supporsi erronea per portare essa sola a differenze di sì enormi vistosità.

Ma se queste differenze, appunto perchè troppo vistose, niente potevano provare contro della mia base, mancava però di nuovo lo sperato argomento, che solennemente ne attestasse la verace e radicale bontà. Sgomentato dal cattivo esito del confronto con Siena, non volli, come avrei facilmente potuto, tentarne uno eguale con *Pisa*. Per verità non avevo alcun motivo di dubitare, anzi abbondavo di ragioni per andar sicuro intorno alla latitudine di quel celebre Osservatorio. Non era questa nè dovuta ai vecchi Astronomi, nè ottenuta con gli scarsi mezzi fin allora stati in potere di chi con tanta sua lode ne ha sostenuta in addietro, e ne sostiene al giorno d'oggi la direzione. Era opera studiatissima del Barone di Zach, il quale nell' occuparsene aveva non poca parte spiegata dell' energia dei suoi talenti e della sua pratica abilità; portandovi un interesse proporzionato all' insigne celebrità di quel luogo. Ma benchè per più mesi ei soggiornato fosse in quella Città, mai gli si presentò propizia ed opportuna occasione di determinarne con pari esattezza la longitudine [b']. Quest' elemen-

to Geografico, benchè così interessante, benchè relativo ad un Osservatorio che da tanti anni mantenuto si era in altissima rinomanza, dubbio prima che Zach vi operasse, rimase egualmente dubbio ed indeciso dopo di lui [c']. E lo è tuttora, e lo sarà finchè un più proprio e un più adattato locale renda servibili all' uso le grandiose macchine delle quali è stato assortito, e dia bastante campo all' eccellente Astronomo che vi presiede di esercitare con frutto i talenti e le nozioni onde va sì riccamente fornito *. Or io ben vedendo che per tale incertezza, qualunque essa si fosse, non avrei neppur da questa parte ottenuto un riscontro bastantemente preciso, nè volendo cimentarmi a nuovi contrasti, sempre dannosi all'altrui piena fiducia verso del mio operato, abbandonata alfine ogni idea di riprove indirette, e rinunziando a qualunque ulterior progetto d'esenzione dalla nuova misura, non d'altro m' occupai che del pensiero d'effettuarla.

Il costante alidore che nello scorso Anno 1817. ha dominato, e la decisa disposizione del tempo a mantenersi asciutto e sereno, erano circostanze quanto rare per noi, altrettanto preziose e favorevoli al buono e pronto esito della mia operazione. Non appena perciò giun-

* Il Sig. Professore Giuseppe Piazzini

si al termine dei miei corsi Scolastici, che tutto ardente e appassionato per la misura, quanto prima me ne mostrava alieno e nemico, senza molto ondeggiar sulla scelta del luogo, per non dissipare in prove ed esami quel tempo, che avrei più utilmente potuto spendere in operare, mi determinai per quella parte, che se non era in ogni riguardo la più propria, era per altro quella che più spontaneamente mi si offeriva, che più intimamente conoscevo, e alla quale ero maggiormente richiamato da amichevoli e familiari rapporti. Scelsi insomma la vasta e aperta pianura che si distende tra le Città di Pisa e di Livorno, e precisamente quello spazio della medesima che compreso resta tra i così detti *Ponti* di *Stagno* e la bella Basilica di *S. Piero in Grado* a confine della *macchia* denominata di *Tombolo*. A riserva di quel semplice e angusto tratto, che il corso segue e seconda della pubblica strada, non è la superficie di questo suolo così piana ed eguale, da offrir per se stessa la più gran facilità ad un operazione quale si era la mia. Antico sedimento del mare, che non molti secoli addietro la ricopriva, conserva tuttora quelle irregolarità di forme, che proprie erano della sua primitiva costituzione. Frequentissimi in conseguenza vi sono i risalti o agglomeramenti di terra, che sotto nome di tumuli o *tomboli* vanno tratto tratto dal basso

fondo elevandosi: sebbene assai meno informi, e più unitamente disposti di quei strani mucchi d' arena, che ordinariamente fiancheggiano la bassa nostra costiera, e ritengon presso di noi la stessa antichissima denominazione. Le coltivazioni di recente introdotte ed estese nella parte diboscata di questa provincia l' hanno di più intersecata d' argini e di fossati: ma né quelli tanto superiori al suolo, né questi tanto profondi, quali gli vediamo nelle coltivazioni più interne, ove la maggior prossimità dei monti riducendo un assai maggior corpo d'acque affluenti, obbliga a dei ripari altrettanto più considerabili in ogni qualità di dimensioni. La parte del diboscamento non ancor coltivata, detta volgarmente *cotone*, è sparsa di frutici e arbusti, non però molto spessi; e assai di frequente s'apre in vaghe ed erbose praterie. Un' estesissima palizzata divide in gran parte il cotone dai terreni in cultura, e serve per difender questi dal numeroso bestiame, che vive e si pascola in quello e nella folta macchia adiacente. In due luoghi essa palizzata attraversò la linea sulla quale stesi la mia misura: ma non in maniera da opporre un ostacolo insormontabile al proseguimento dell' operazione; dimodochè raddoppiate ivi le diligenze, e moltiplicati i compensi, potei con facilità dispensarmi dal praticare sbrani e rotture, come dal proprietario del fondo

ne avevo gentilmente ottenuta amplissima facoltà.

Oppostamente a questi non molto gravi difetti, mi offrì l'attual mia linea degl'inaspettati ed esenzialissimi vantaggi, che forse non avrei potuti sperare, ancorchè, non quasi a caso, come feci, ma con maturissimo esame fatta ne avessi la scelta. Era essa primieramente terminata da due grandiosi segnali, naturali, e secondo ogni umana ragione per lunga serie d'anni invariabili e permanenti: a Mezzodì il Palazzo denominato di *Stagno*, sull'angolo che volge verso Livorno; e a Tramontana la Torre o Campanile di S. Piero a Grado sullo spigolo che guarda a Maestro, contro l'estrema foce del Fiume. Il Palazzo di Stagno, antica pertinenza Medicea, rispettabile e grande per i molti Sovrani a cui è appartenuto, comparisce così finito in ogni sua parte sì interna che esterna, da non dubitarsi che quale egli è, tale debba restarsene per molte età successive, o almeno finchè non anderà fra di noi a perdersi ogni buon senso, e si manterrà l'ottimo spirito di rispettare ciò che noi medesimi lascieremo di lodevole e di perfetto. Che poi anche maggior perennità sia riserbata all'altro termine, il Campanile di S. Piero a Grado, è vano il dirlo; opera esendo quella della più ferma e ben intesa struttura, e che all'esterior grandiosa maestà accoppia quel carattere di real

sodezza sì proprio del Secolo XI cui questo bell' edifizio appartiene [d]. Or io mi do facilmente a credere, che termini di tal natura sieno preferibili di gran lunga alle piccole colonne, o piramidi, o simili contrassegni artificiali, con cui hanno usato i più dei Geometri di marcare i punti estremi delle loro misure.

Sorgevano in secondo luogo i miei segnali isolatamente dal suolo; laonde io potei staccarmi dal primo, e raggiunger l'altro, precisamente con gli estremi della mia linea, senza necessità di ulteriori riduzioni. Ed erano poi sì l'uno che l'altro tanto elevati, che ben pochi furono i punti della mia linea, dai quali non mi si rendesse visibile il primo; mentre in verun luogo mi avvenne di perder di vista il secondo, che di più giaceva in maniera rispetto al giornaliero corso del Sole da esserne quasi costantemente in un modo medesimo illuminato; due circostanze d'incalcolabil giovamento, attesa la facilità che dalle medesime mi ridondava di tenermi per quanto era possibile sempre in linea, e sempre in una maniera stessa diretto verso l'ultimo termine della misura.

In terzo luogo il terreno che attraversar dovevo operando, era in gran parte arenoso, e per conseguenza sempre praticabile, anche dopo la pioggia la più dirotta; la quale se fosse accaduta, poteva per qualche ora sospen-

dere, ma non render in seguito più difficoltoso il progresso dell' operazione.

In quarto luogo niuna pianta, niun albero sia infruttifero, sia ferace, d' alto o di basso fusto, ingombrava la nostra via; tutto il terreno essendo affatto spogliato e raso, nè altro germogliandovi allora che umili e bene scarsi lupini. Quindi con tanto maggior coraggio e più liberamente si andava operando, quanto che niun valutabil pregiudizio arrecavasi allo stato e alla qualità di quel fondo.

In quinto luogo era questo fondo sì basso, e di più in tanta vicinanza col mare, che di niente o di pochissima ed insensibil quantità ne superava il livello: onde anche per questo sì interessante e scabroso articolo la mia linea rimaneva esente da ogni rettificazione.

Infine ci trovavamo situati in modo rapporto alla pubblica strada, che senza risentirne l' incommoda soggezione, ne traevamo alto partito per la facilitazione dei trasporti, e per la prontezza in accedere e recedere da qualunque punto della misura. E ci offriva di più il vantaggio di poter trasferirvi con tutta facilità la nostra operazione, qualunque volta si fosse trovato impraticabile di proseguirla direttamente: caso che in effetto, siccome diremo, ci occorse all' ultimo tronco della misura, e a cui appunto con questo bel mezzo si riparò, senza il più leggiero sconcerto, applicando il

noto sistema di triangolazione, del quale ci servimmo ancora quasi sul bel principio per attraversare il *Fosso Navigabile* ed il *Fosso Reale*.

Ma tutti questi vantaggi, dovuti alla località della linea colà stabilita, sarebbero stati assai meno sensibili, e fors'anche inutili e quasi non esistenti per noi, se due opportunissime circostanze agevolati non ci avessero i mezzi di profittarne. Si trattava di dover operar lungamente sopra il terreno altrui, ed in luoghi pressochè disabitati e deserti, dove tutto poteva mancarci senza l'appoggio, favore e assistenza dei pochi limitrofi, e dell'unico proprietario di quel vastissimo fondo. Su di che ebbi per vero dire quanto avrei mai potuto desiderare. Non solo mediante le premure del Console Sig. *Paolo Ricci* venne a mia disposizione rimessa la maggiore e più nobil parte del palazzo di Stagno per tutto il tempo che mi occorse servirmene, ma di più dalla *Mensa* Arcivescovile di Pisa, cui tutta appartiene la tenuta immensa sulla quale operai, d'ordine dell'attuale Arcivescovo Monsignor Ranieri Alliata, accordata mi venne pienissima ospitalità e generoso trattamento nel suo Palazzo campestre, annesso alla gran Chiesa di S. Piero: con assoluto comando a tutti i coloni e altri dipendenti del luogo di mostrarsi pronti ad ogni mia particolare esigenza. E come assai

più della capacità disponibile di quel luogo era il numero delle persone di mia attinenza che mi faceva d'uopo ricoverarvi, di tanto volle Egli estendere il favor suo, da esibirmi per il soprappiù lo stesso suo Palazzo Arcivescovile di Pisa, dove in effetto io medesimo con parte del mio seguito seralmente mi trasferiva. Simili ospitali uffizi, ed anche per maggior tempo, e con moltissimo mio vantaggio, ricevetti ancora in Livorno dal Nobilissimo e sommamente culto Sig. Cav. Ranieri d'Angiolo Ciamberlano di S. A. I. e R. l'Arciduca Granduca e Comandante alla *Bocca* di quel Porto; presso di cui mi convenne prendere alloggio nei primi giorni della misura; non permettendo allora l'aria tuttavia poco salubre di passar la notte in mezzo alle vicine basse campagne. Debbo infinitamente alla generosa cordialità di questi miei illustri ospiti, e confesso che le loro urbane maniere, e ottime e gentili accoglienze molto contribuivano a restituirmi di sera in sera quell'energìa e quel coraggio, che dalla noja e dalla stanchezza delle fatiche diurne veniva per necessità infievolito.

Circostanza poi niente meno per me felice si fu l'incontro fatto in Livorno del Sig. *Giuseppe Doveri* Professor di *Nautica* in quell' I. e R. Marina, che offrì spontaneamente l'aiuto suo in questa sì dura fatica, a solo titolo di gratitudine, per aver da me attinti i

primi Elementi di quella scienza, che sì degnamente professa. Già fino da Firenze si era meco congiunto in qualità di compagno ed ajuto l'abilissimo giovane Sig. *Giuseppe Pedralli*, altre volte da me rammentato con la debita lode, e il cui ministero mi fu al sommo giovevole in quest'occasione, in quanto che oltre il fondo di cognizioni analoghe di cui ampiamente va adorno, è di più dotato di un carattere pazientissimo e sommamente preciso, nè gli manca quella mano esperta, e, come suol dirsi, meccanica, atta a riparar nel momente tutti quei leggieri sconcerti che in sì lunga operazione sono per lo più inevitabili. Ma non avevo potuto in pari modo prevalermi dell' abilità, lumi, ed ottima decisione dell' altro mio illustre aggiunto il Sig. *Cosimo del Nacca*, che nella mia lunga assenza dovei lasciare in Firenze alla direzione e alla cura di quell' Osservatorio. Il soccorso personale di un individuo intelligente, franco ed a me per così sacri titoli benaffetto, qual era appunto il Sig. Professor Doveri, mi venne dunque molto opportuno: tanto più che varie volte potè favorirmi ancora di alcuni suoi bravi allievi, i quali portarono nell'assistermi tutta quella attività, energia e precisione, che è singolarmente propria delle genti di Mare *. D'ordina-

* I Sigg. Buonaventura Gottuzzo di Genova, Luigi Michel di Marsilia, Giuseppe Monaldi di Livorno.

rio non eravamo che soli cinque soggetti immediatamente applicati alla misura.

Quanto poi al metodo da noi tenuto nell' effettuarla è, da poche modificazioni in poi, quello stesso che venne praticato intorno Marsilia dal Barone de-Zach, e che Egli diffusamente descrive nell'immortal sua opera dell'*attrazione dei monti*. Ad imitazione ed insinuazione di lui [e], ci eravamo noi pure provveduti di tre grandi pertiche o aste rettangolari, costruite già da due anni, di stagionatissimo abete del Nord, larghe circa tre pollici, altrettanto alte, e lunghe al di là di sei nostre *braccia*, o circa due *tese francesi*. Assai prima di porle in uso furono diligentemente segate in mezzo nel senso longitudinale, e quindi di nuovo annestate sulle faccie opposte: per l' oggetto manifestissimo di por le fibre dell'una e dell'altra metà in contrasto fra di loro e coll' azione dell'atmosfera. L'esteriore ne era tutto inverniciato a più mani, e con tinte di tre diversi colori: un' elegante e forte intestatura d' ottone ne armava fino ad una certa lunghezza le due estremità, e su di quella dall'una e dall' altra banda si vedevano contrassegnati mediante un minutissimo punto i termini delle sei braccia, diligentemente collazionate col rinomato *campione* dell' I. e R. *Museo* di *Fisica* di Firenze [f]. A egual distanza dai sopraddetti punti, e sulla stessa superior faccia di

ciascuna pertica, era diligentemente incassata una livella di sufficiente lunghezza e con le opportune cautele rettificata: e in una delle due faccie di fianco si vedevano respettivamente segnati a grandi caratteri i tre primi numeri *ordinali*, che in accordo con la diversità del colore servivano a dispor sempre le pertiche in un ordine stesso, e a prevenire ed escluder qualunque sospetto d'innavertenza per parte di chi ne teneva registro a misura che si andavano successivamente stendendo.

Non avevo che una sola *diottra*, e questa mobile, per l'allineamento: ed in luogo di *pinnule* stabilmente fisse sull'aste, sostituìi alcune punte normalmente e solidamente raccomandate a delle lastre bene spianate d'ottone, in egual modo mobili, di forma quadrata, e larghe quanto le aste. Io poteva mediante questo sistema trasportar la diottra e le punte non solo sopra qualunque dell'aste, ma ancora a qualunque distanza dalle loro estremità; e riconoscer sensibilmente e con tutta facilità riparare ogni più piccolo disordine, che fosse avvenuto nella linea, sia per qualche dissesto nella situazione dell'aste, o sivvero per qualche materiale alterazione o incurvamento delle medesime. Ordinariamente nei tratti i più facili e men bisognosi delle più ricercate diligenze, non ponevo che una sola punta all'e-

strema testata della pertica anteriore, e la diottra alla testata opposta della pertica posteriore. Bene spessso però invertivo quest'ordine, onde assicurarmi di essere in linea non solo dell' ùltimo scopo cui andavo incontro, ma ancora del primo che mi lasciavo alle spalle. Ma tali e sì marcati erano, come già dissi, questi due termini, sì lungo il tratto occupato da due aste successivamente distese, che a ben situar la terza in linea con esse e con l' uno scopo e con l'altro, l'occhio solo era per lo più sufficiente; e l'applicazione della diottra e della punta non ad altro serviva, che a dar nuova sicurezza a ciò che era di già benissimo stabilito.

Alquanto singolare e nuovo era pure il sistema nostro per i sostegni destinati a tener le pertiche in una giusta elevazione dal suolo. Eran dessi in numero di sei, conformati a foggia di telaj rettangolari alti $2^{b}\ 9^{s}\ 4^{d}$, larghi 10^{s} 8^{d} e ben raccomandati ad uno zoccolo sorretto da tre grossi piedi. Per entro alla loro luce scorreva incanalato un altro più piccol telaio, a norma appunto di quanto praticato vediamo dal Sig. *Herschel*, negli elegantissimi *Cavalletti* da lui applicati ai suoi Cannocchiali Catadiottrici. Se non che, laddove in questi una semplice corda sostiene il telaio inferiore e ne regola i movimenti, in quelli si aveva invece una ben grossa verga di ferro a vi-

te, che impegnata da una parte nella di lui superiore traversa, passava prima per mezzo a un traforo praticato nella corrispondente traversa del maggior telaio, e sporgeva quindi libera in tutto al di fuori. Nè questa sostituzione del ferro alla corda si era fatta in ragione di un maggior peso da sostenersi, che nel nostro caso era anzi di non poco minore: ma perchè ingranato nella parte esterna della vite un adeguato *galletto*, col di lui semplicissimo mezzo non solo riesciva fermar la vite, e quindi anche il telaio che ne dipendeva, a qualunque punto, ma si potevano inoltre, e con tutta facilità, comunicare all'uno e all'altro i più piccoli ed insensibili movimenti, necessarj per condur le aste ad un determinato livello, e situarle nella debita orizzontalità. E come era di estrema urgenza che l' orizzontalità non si ottenesse soltanto nel senso della lunghezza, ma in quello altresì della larghezza dell' aste, senza di che la diottra, e le punte che vi si applicavano sopra, non sarebbero state giammai verticali, il fondo stesso del telaio interiore sul quale le aste unicamente posavano era di più corredato di un piccolo movimento di correzione, consistente in una vite che lo alzava o deprimeva da un estremità volgendolo intorno all'opposta. Il punto ove questa correzione doveva arrestarsi veniva determinato da un filo a piombo,

che a tale effetto si applicava nel tempo medesimo presso la testata dell' asta, e che, quando tutto era in sistema, doveva collimare esattamente con una sottilissima retta incisa in fronte alla testata, normalmente ai due lati superiore e inferiore. Indipendentemente però da questo riscontro, lo stesso spigolo del Campanile di S. Piero, verso cui era diretta la nostra linea, ci avvertiva assai bene da se medesimo dello stato dell' aste nel senso di cui si tratta; poichè ad ogni più piccolo sconcerto di questo genere è manifesto che lo spigolo, la diottra e le punte non potevano più trovarsi in un medesimo piano visuale.

Secondo il sistema comunemente e giustamente raccomandato le testate dell' aste non si ponevano giammai in contatto l' una con l' altra: ma sempre bensì divise da un discreto intervallo, che scrupolosamente veniva misurato con una finissima scala ticonica, e nel momento riportato al giornale. E affinchè da questa continua interruzione della linea provenir non potesse verun sensibile serpeggiamento, si era approntato un sufficiente e ben spianato regolo rettangolare, che leggermente applicato lungo il fianco dell' asta anteriore già stabilita, serviva di norma per situar nella direzione medesima la posteriore. E lo stesso regolo, applicato superiormente alle due aste contigue, ci avvertiva altresì se eran esse por-

tate o no allo stesso livello. Del resto l'occhio solo, bene esercitato ed attento, era quì pure in grado di giudicar da se stesso del buono e cattivo stato dell'aste, sì nell'un senso che nell'altro; e bello era appunto il vederle o dall'una o dall'altra estremità formare un insieme affatto continuato, senza poterne distinguer le intermittenze che alla sola varietà del colore.

Per contrassegnare il luogo dove si terminava nella sera il lavoro, e d'onde doveva nuovamente riprendersi nella mattina dipoi, si fissava un grossissimo chiodo nel suolo, sotto l'estrema cima dell'ultim' asta; e dal mezzo di questa cima calato con un tenuissimo ma forte filo metallico un piombino assai grave e di acutissima punta, si notava diligentemente sul chiodo medesimo il luogo ove questa, dopo il conveniente tempo e l'uso delle debite precauzioni, andava a soffermarsi. Nella mattina seguente il medesimo filo a piombo, che si faceva corrispondere al punto contrassegnato la sera, serviva per fissar col metodo inverso il luogo della partenza. Ma precedentemente a questa operazione, solevamo prenderci la sollecita e attenta cura di riscontrare col mezzo del Teodolito se il contrassegnò lasciato si trovava realmente o no in linea cogli estremi della base;e qualor non lo fosse,il che non frequentemente, nè di sensibil quantità, ma pure

talvòlta addivenne, si riparava questo tenue sconcerto con ricondurci sopra la vera linea per la strada più breve, cioè per la normale all' altra che si lasciava; con che è troppo chiaro che la misura già fatta non si alterava, nè il punto d'onde si dava principio veniva ad esser più o meno discosto, almeno di una quantità discernibile, dalle due estremità della base, di quello che lo fosse l'altro da cui per sì minuto tratto ci eravamo dipartiti: e intanto restava così evitato nella più gran parte il piccolo errore, che avrebbe necessariamente avuto luogo, se preteso si fosse di raggiungere obliquamente la vera direzione della linea. D' onde poi questo sconcerto avvennisse, non saprei per verità indicarlo; moltopiù che ebbe sempre luogo in un medesimo senso, e ad onta ancora che diligenti e moltiplicati riscontri ci rendesser di sera in sera sicuri, che le tre ultime aste erano situate in regola e tutte egualmente distese nella linea che univa gli estremi segnali. Eppure da tutte le indicazioni e note che si prendevano nella sera, e che nella mattina diligentemente si riscontravano, venivamo fuor d'ogni dubbio assicurati, che il contrassegno non era stato da mano alcuna rimosso: nè poteva esserlo; poichè oltre il trovarsi la nostra linea nella sua più gran parte affatto fuori di mano, e lungi dalla pubblica strada, eravamo al sommo cautelati di non stabilirlo, fin-

chè vi fosse persona, la quale anche dalla più gran lontananza potesse osservarci; e si cuopriva poi in modo, da eluder qualunque ricerca di chi non fosse, come noi, a portata di tutti gli indizj per ritrovarlo. Forse qualche accidentale cangiamento nel gioco della luce, forse alcuna di quelle piccole infedeltà delle quali è talvolta colpevole il Teodolito, e forse il suolo stesso in quei pochi punti troppo soffice e sciolto, e che non presentando al Teodolito una base abbastanza solida, ne rendeva mal ferma ed incostante la posizione, erano altrettante cause di questa d'altronde inesplicabile anomalia: su di che lascierò che altri giudichi, bastando a me non aver omesso di farne quì la debita confessione, non solo per obbedire alle sacre leggi dell'ingenuità, sì nesessaria in questo rapporto, ma per mantenermi altresì nel corrispondente diritto di far valere e dar credito alla positiva asserzione, con la quale assicuro, che tanto per la tenuità quasi impercettibile di questo disordine, quanto per il metodo e cautele grande adoprate nel ripararlo, non può esser venuto alcun sensibil deterioramento di certezza e di bontà nella nostra misura: del che ne convincerà abbastanza il buon esito delle verificazioni, di cui passeremo a parlare più abbasso 8'. Del resto questo sconcerto non è certamente nuovo nella storia della Geodesia. Vi soggiacque anco-

ra il celebre General *Roy* nel misurar la base d'*Honslow-Heath* ; ma egli ebbe a dolersene assai più di me, essendosi trovato quasi un' intera tesa fuori di linea, mentre il mio massimo spostamento o non arrivò o di poco superò il quarto di braccio; dato ancora che non debba temersi alterazione o esuberanza nel testimonio, in questa circostanza non poco equivoco, del piccolo Teodolito.

Il terreno dove si travagliava, era come ho già avvertito, non poco ineguale; perciò quantunque per notabili tratti ci avvenisse poter mantener le pertiche ad un costante livello, pure forzati eravamo in ultimo ad abbassarle o rialzarle, sebbene attesa l'inclinazione sensibile e naturale del terreno, da Stagno verso S. Piero, più spesso ci occorresse la prima che la seconda esigenza. Assai facilmente e con tutta sicurezza si riparava a questo bisogno. Nel caso di abbassamento, tenute ferme le due ultime aste già stabilite, e passando a collocar la terza, che doveva in ordine esser la prima abbassata, in luogo di porla come in avanti a livello delle due precedenti, si situava più o meno al disotto dell' ultima in modo, che il filo a piombo calato nel consueto sistema, di mezzo alla testata di questa, ritrovasse l'altra su quel sottilissimo punto che, come avvertimmo, contrassegnava l' uno dei limiti delle sei braccia. Affatto inversamen-

te si operava nel caso dell'inalzamento. Dopo di che trasportata la diottra all'estremità inferiore o australe della pertica nuovamente stesa, si allineava mediante la solita punta l'estremità opposta boreale col segnale di S. Piero: e come da ciò risultava un necessario spostamento nell'altra estremità, nuovamente si ristabiliva col filo a piombo, e nuovamente si allineava; rinnovando con lo stesso metodo i medesimi tentativi, finchè tutto non si fosse trovato al suo luogo, e che di più permutate di posto la diottra e la punta non si riscontrasse l'estremità inferiore perfettamente in linea con la prima mira o con l'angolo di Stagno, come già si era trovato esserlo l'altra con l'angolo di S. Piero.

Fino dal primo cominciamento della misura mi ero ben accorto, che mi sarebbe stato impossibile verificarla con ripeter due volte e in senso opposto la medesima operazione. La pazienza e la diligenza che si usava operando, esigevano tal dispendio di tempo, da farmi assai spesso temere se si sarebbe potuta ultimare anche una sola volta. Infatti non s'impiegava mai meno di tre in quattro minuti a stabilire una sola pertica, e talvolta attese le difficoltà locali si consumarono circa tre ore a stenderne sole cinque [h']. Frattanto la stagione opportuna trascorreva; e il cimentarsi a riassumer di nuovo il lavoro stesso in tempi me-

no favorevoli, sarebbe stato un compromettere imprudentemente il decoro delle fatiche sostenute, assoggettandole ad un riscontro che sicuramente e di sua natura doveva esser più fallace dell' operazione medesima la quale trattavasi di verificare. In tale stato di cose immaginai un altro genere di riprova, facile e pronto, e secondo il mio debil giudizio di non mediocre fiducia. Ed infatti ne usai con somma felicità per i primi tre tronchi della misura, senza però poter continuarlo con metodo fino al fine, attesa l' indiscretezza di chi si prese piacere di frastornarlo; e ciò non ostante ebbi la somma sodisfazione di veder in ultimo, che la misura assoluta e l' indiretta differivano molto meno, di quanto io medesimo ne sperava.

Semplicissima era frattanto la mia pratica; e se mal non mi appongo potrebbe esser molto a proposito o per estender quanto piacesse la lunghezza di una base già misurata, o per averne la lunghezza totale quando non se ne fosse misurato che un semplice e ben piccolo tronco. A qualche conveniente distanza dalla linea della misura fissavo sul suolo più che era possibile verticalmente delle ben solide mazze di noce, espressamente e con tutta regolarità costruite, sulla rotonda sommità delle quali era una pinnula di bianco metallo, con manico a cerniera, mobile orizzontalmen-

te, e segnata con un numero da una faccia, e con tre linee nere verticali e tra loro parallele dall' altra. Dal punto ove cominciavo la misura di un tronco, dal punto ove la terminavo, e da quello ove pur terminavo la misura del tronco seguente, prendevo col Teodolito l'angolo di una di queste biffe con le due estremità della base. Venivo dunque a crear così due triangoli aventi comune il vertice e un lato, e i due accennati tronchi per base; e dei quali oltre le due basi, mi erano noti già tutti gli angoli. Potevo adunque aver dal primo il valor del lato comune, e questo introdotto nel calcolo del secondo doveva verificarne il valore della base ossia del tronco contiguo; con che i due tronchi si comprovavano in una maniera assai precisa fra loro [1].

Applicata frattanto questa pratica ai due primi tronchi e prendendo il primo come noto, e che era di 260^b 10^s $7^d,8$, trovai il secondo 273^b 11^s $4^d,2$; mentre dalla misura effettiva avevo avuto 273^b 11^s $3^d,8$, con la sola differenza di 4 decimi di denaro, ossia di 0,0005 di tesa. Ripetutala sul secondo e sul terzo, e partendo dal secondo trovai per il terzo 490^b 6^s $11^d,4$; mentre la misura dava 490^b 8^s 7^d, con differenza poco maggiore di un soldo o di 0,015 di tesa, dovuta forse a qualche piccola mossa spontanea nella biffa d'osservazione. Queste differenze indiscernibili mi empiero-

no per verità di coraggio; poichè quando altro frutto non mi avessero recato, bastavano esse sole per assicurarmi, che il metodo con cui misuravo era senza eccezione, e che in niente mi occorreva variarlo; tanto più che in principio doveva naturalmente attendermi minor precisione, sia per la minor pratica, sia ancora per la qualità del suolo, che ivi appunto presentò le maggiori difficoltà; a segno che neppur potei misurar direttamente il primo tronco, che era attraversato dal Fosso Reale e dal Fosso Navigabile; onde, come ho già detto, mi convenne dedurlo da una triangolazione appoggiata sopra una linea obliqua, che scelsi ad arbitrio e con gli esposti metodi misurai. Ma infelicemente per me non potei, oltre i tre primi tronchi, continuar con metodo questo sì opportuno genere di riprova. Al quarto tronco si perdè di vista o piuttosto fu nella notte maliziosamente tolta di mezzo la biffa che servir doveva d'appoggio, nè fu più possibile ristabilirla. Successo quasi consimile ebbe pur l'altra, che posteriormente sostituii per collegare almeno il quarto col quinto tronco; la quale se non involata, fu però rimossa e non di poco, come alquanto dopo, ma troppo tardi, chiaramente verificai: perlochè il valore del quinto tronco dedotto con l' esposta pratica da quello del quarto fu di 577^{b} 13^{s} $9^{d},4$ mentre la misura lo dava di 578^{b} 3^{s}

$1^d,9$. Infastidito da questi inquieti incidenti, risolvei di rinunziare all'uso delle biffe, e prender per segnali i sommi vertici dei *cammini* delle poche case circonvicine. Ma oltrechè questi nuovi segnali non erano così precisi quanto i primi, si trovavano di più tanto distanti tra loro e tanto addosso alla base, che informi al maggior segno sarebbero risultati i triangoli, qualora almeno non avessi data un assai notabile estensione ai tronchi, che dovevano reciprocamente verificarsi. Fui dunque costretto a porre in nuovo sistema le verificazioni, adattandomi non al processo più metodico, ma a quello che secondo le qualità locali supponevo il meno equivoco e il più opportuno. E perchè il lettore esser possa meglio a portata di ben concepirlo, s'immaginino sulla base i punti $S, S', S'', S''', S^{iv}, S^{v}$, e i due punti N, G fuori di linea. Preso per base il tronco $S'S'''$, che comprendeva tutto il lavoro dal 3 al 7 Ottobre, e ascendeva a *braccia* 1111,441 e formato il triangolo $S'NS'''$ in cui dall'osservazione si aveva $S'=16^\circ\, 26'\, 11'',7$ $S'''=143^\circ\, 15'\, 48'',4$, ne conclusi il lato $S'N$, e con questo per base formato il triangolo SNS', nel quale dal Teodolito ebbi $S=4^\circ\, 25'\, 27'',1$, $S'=163^\circ\, 33'\, 48'',3$ ottenni intanto il primo tronco $SS'=519,83$ Con la stessa base $S'N$ formato il triangolo $S'NS^{iv}$, in cui $S'=16^\circ\, 26'\, 11'',7$; $S^{v}=20^\circ\, 43'\, 41'',3$, conclusi un secondo tronco $S'S^{v}=$

3270,628. Di nuovo preso per base il tronco $S''S^{v}$, lavoro dal 4 al 16 Ottobre, che la misura dava di *br.* 5417,861, e formato il triangolo $S''GS^{v}$, in cui $S''=5^\circ\ 22'\ 43''\ 7$; $S^{v}\ 16^\circ\ 17'\ 54'',0$, ne ebbi $S^{v}G$; e quindi il triangolo $S^{iv}GS^{v}$ in cui $S^{iv}=22^\circ.45'',0$, $S^{v}=16^\circ\ 17'\ 54'',0$, mi diè un terzo tronco $S^{vi}S^{v}=2265,409$

Or questi tre tronchi SS', $S'S^{iv}$, $S^{iv}S^{v}$ formano insieme tutto quel complesso di base, che misurai direttamente. Al di là di S^{v}, tanto si moltiplicaron gli ostacoli, e si andava per altra parte incontro ad una stagione sì minacciosa ed inopportuna, che per non perdere il il frutto delle fatiche già tollerate, col parere degli stessi miei coraggiosi compagni, stimai di assicurarne il compimento per una via indiretta bensì, ma altrettanto più compendiosa e nel tempo stesso immensamente più sicura; e fu di abbandonare il proseguimento della linea diretta, portarmi sulla vicina pubblica strada, di là raggiunger con la misura il termine boreale della base, e quindi mediante una regolare e scrupolosa triangolazione innestare il nuovo tronco obliquo coi precedenti. Frattanto la somma di questi, ridotti come sopra a tre, e secondo gli anzidetti risultamenti ottenuti con la triangolazione, ammonterebbe a *braccia* 10705,900. La misura effettiva dava *braccia* 10706,840: ad onta perciò della pessima costituzione dei triangoli, e della poca li-

bertà che mi era rimasta nella scelta dei segnali, la differenza tra le due misure, benchè tra di loro così poco omogenee, benchè prossime a *undicimila braccia*, non fu che di 0,94 di braccio, ossia di *soldi* 18 e *denari* 9 k'. I due risultamenti essendosi dunque così approssimati, non potei dispensarmi dal dare un egual prezzo al merito d'ambedue, e attenermi perciò al medio dei loro valori; tantopiù che l' eccesso compariva appunto dal lato della misura effettiva, come di sua natura e per fatto ordinario doveva appunto succedere. Quindi la lunghezza totale della misura diretta fu da me valutata di *braccia* 10706,371.

Sfortunatamente non ebbi egual comodo di riprove per il tronco obliquo. I segnali fissi di cui avevo fatto uso fin quì, mi mancarono totalmente in tutto quel tratto, il più disabitato ed incolto di quanti ne avevo già oltrepassati. Una che ne tentai corrispose altrettanto malamente nel risultato, quanto ne fu male effettuata l'esecuzione. Se per chiarezza dell'esposizione che vado a farne, si chiami, come sopra S^v il termine della misura diretta, O il principio dell'obliqua, P il punto estremo boreale della Base, il triangolo OPS^v in cui dalle più precise e scrupolose osservazioni ebbi $O = 80° \; 21' \; 25'',0$, $S^v = 94° \; 58' \; 6'',0$, e che aveva per base l'intero tronco obliquo OP di *br.* 4326,768 mi diede per S^vP *br.* 4281,720,

distanza del termine di S. Piero all' ultimo limite della misura diretta, da aggiungersi in conseguenza al valor di questa, onde ottenere il valore completo e totale della Base. In un punto che chiamerò O' lungo la linea OP, lontano da P della quantità $O'P=$ *braccia* 3070,176, presi, ma a grandissimo stento, l' angolo fra O ed il segnale S^v, che rimanendo rapporto a me nascosto in gran parte da dei cespugli, non potei osservare se non con molta fatica, e con aver dovuto prima farlo inalzare mediante un rozzo legno, innestato, nè so dir come, al suo piede da persona inesperta, l' unica appunto di cui in quell' inatteso frangente io potessi disporre. Così mi procurai alla meglio un nuovo triangolo $S'O'P$ da cui ottenni $S'P=4283,889$ valore di due braccia maggiore del precedente, ma che però, attese le circostanze che ne accompagnarono lo stabilimento, non mi sembrò doversi in alcun modo adottare.

Ma se quest' ultimo tronco della Base mancò di rigorosa riprova, non per questo merita minor fede dei precedenti. Esso infatti gode a preferenza tali doti e tali vantaggi, da potersi legittimamente concludere, che laddove gli altri hanno sì felicemente resistito al confronto, questo lo avrebbe sostenuto con pari e forse maggior fortuna. Poichè primieramente tutte quelle scabrosità e ineguaglianze

di suolo, sorgenti non infeconde d'errori, quando non vi si opponga una raddoppiata diligenza, quì mancaron quasi del tutto, sommamente piano ed eguale essendo tutto quell'ampio tratto di pubblica strada, lungo del quale nella massima parte si stese la linea che misurai. In secondo luogo la maggior prossimità dell'estremo scopo, rendendolo in questo ultimo tronco più visibile che nei precedenti, rendeva altresì molto meno difficile lo scostarsi dalla direzione lineare. Ed infatti giammai in questa estrema parte dell'operazione manifestato ci venne dal Teodolito quel deviamento, di cui abbiamo a lungo parlato di sopra. In fine nel triangolo $S^{v}OP$ il lato concluso $S^{v}P$, che riuniva col termine P della base il termine S^{v} della misura diretta, era anche minore del lato misurato OP; onde un piccolo errore che fosse incorso in questo, sarebbe divenuto in proporzione anche meno sensibile in quello; tanto più che le condizioni degli angoli O, S^{v} osservati eran tali, che quando pure non fossero stati determinati con sommo scrupolo, niun sensibil dissesto ne sarebbe potuto provenir per questa parte nel valore del lato concluso. Del resto il partito di romper, come noi facemmo, la linea al punto in cui non era più possibile continuarla senza imbattere in enormi imbarazzi, non è punto da condannarsi. I mezzi indiretti si debbono

sempre prudentemente preferire tutte le volte, che l' ostinarsi a usare i diretti porti a tali difficoltà, quali malamente possan vincersi senza grave rischio d'errore. Anche il Chiarissimo Zach usò di questo stesso compenso nella sua Base Marsiliese; ma non si procurò come noi il vantaggio di dare nel triangolo di di riduzione maggior lunghezza al lato misurato, che a quello che doveva concludersi.

Ma niente è però più idoneo ad autenticare il felice successo di questa nostra misura, quanto due eccellenti riscontri che fin quì se ne sono avuti dalla mia grande triangolazione appoggiata alla brevissima Base di Zach. Sono tanto veri e tanto ben meritati gli Elogj, che a questo piccolo sì ma egregio lavoro ho tributati in principio, ed è tanto giusto il sentimento che ivi ho pure manifestato relativamente alla fiducia, con cui sopra una base benchè non grande può appogiarsi una triangolazione anche estesa, che il fatto presente lungi dal contrariare quest' opinione, ne somministra all' opposto il più robusto e valido appoggio. Nel mio piccolo opuscolo intorno alla longitudine di Volterra, Samminiato e Fiesole avevo già determinate, e con moltiplicati riscontri assicurate le distanze del centro della Torre del *Mastio di Volterra* dallo spigolo meridionale di quella di *Samminiato*, e dalla Finestra del *Casino*, allora in buon es-

sere e in oggi quasi diruto, di *Pietramarina*. Come per verità niente di migliore nè di più verificato aveva io verso di quelle parti, quanto queste due distanze l', escluso come inutile qualunque altro giro, procurai di scender come potevo da questi due soli appoggi fino alla nuova mia Base. Mi furono necessarj due soli triangoli per condurmici dal primo, cioè *Volterra-Samminiato-S. Piero in Grado*, *Samminiato-S. Piero in Grado-Stagno*; me ne abbisognarono quattro per condurmici dal secondo, cioè *Volterra-Pietramarina-Cascina*, *Volterra-Cascina-S. Piero in Grado*, *Cascina-S. Piero in Grado-Torre del Marzocco*, *S. Piero in Grado-Marzocco-Stagno*. Di tutti questi, due soli son principali, *Volterra-S. Piero in Grado-Cascina*, *Volterra-Pietramarina-Cascina*; il secondo dei quali è sommamente felice, non presentando che 1",1 di eccesso, cioè quel tanto appunto che corrisponde al suo eccesso sferico. L'altro però non è così esatto, manifestando un eccesso di circa 8". Ambedue questi appartengono alla seconda rete, ma i due della prima sono in compenso anche meglio condizionati, e con angoli, i cui piccoli dissesti poco o niente possono influire sopra i lati. Nell'una e nell' altra rete entra come concluso il lato *Volterra-S. Piero in Grado*, e mentre dall' una risulta di tese 20705,77, l'altra per una via

tutta diversa ed indipendente, lo da con la consueta maravigliosa concordia di tese 26706,62 Frattanto per valor della base, riportata per maggior comodo al centro del campanil di S. Piero, ottenni

dalla *prima rete tese* 4488,76
dalla *seconda* 4488,06
valor *medio* 4488,41

Ora ho già detto che la misura diretta dei tre primi tronchi ascendeva a braccia 10706,371. La misura obliqua riportata sopra la Base fu di braccia 1481,72; in tutto braccia 14988,091 cioè tese 4488,08, che, ridotte come sopra al centro del Campanile, divengono 4488,96, cioè soli 55 centesimi di tesa più del valore proveniente dal processo Trigonometrico. I dati corrispondenti a questo processo, come pure tutti gli elementi tanto di quest'ultima Triangolazione quanto di quella che si eseguì quivi lungo la base, come pure dell'altra spinta a Portoferrajo, si troveranno nelle tavole susseguenti.

Frattanto mi si permetta adesso un confronto. In una nota della mia Memoria sulla longitudine di Volterra, Samminiato e Fiesole ho riferito, che nella celebre base Inglese di *Romney-Marsh* il valor Trigonometrico e la misura effettiva si trovarono differenti tra loro di piedi 2,75 sopra 28535,67. So che i Signori Geometri Inglesi hanno misurate altre

basi ed hanno avute delle verificazioni ancor più soddisfacenti; ma frattanto non cessa quella di essere annoverata fra le più belle. La mia base di $4488^{t},96$ ossia di *pie. inglesi* 28704,65 maggiore perciò dell' Inglese, ha un errore di $3^{p},52$, cioè quasi in nulla superiore a quello dell' altra. Eppure nella verificazione Trigonometrica non furono impiegati che tre soli Triangoli dai Signori Inglesi, mentre ne ho impiegati almeno otto nella mia: nè posso supporre che la base, alla quale quei Signori avranno appoggiato il loro confronto, sia stata altrettanto meschina e piccola quanto la mia. Inoltre i Signori Inglesi, non hanno che una rete di verificazione, ed io ne ho poste in campo due: che se, rinunziando alla seconda più lunga e forse più imperfetta, mi fossi fatto lecito di non attenermi che alla sola prima più sistemata e sicura m', il mio errore non sarebbe comparso in tal caso che di soli 20 *centesimi* di tesa Francese, ossia di *piedi* Inglesi 1,28, cioè più della metà minore dell'altro e di quello della Base di Romney-Marsh. Ma senza pretender con tutto questo che si abbia nel mio lavoro quella più piena fiducia, che può aversi in quello dell'Inghilterra, posso però lusingarmi che sarà almeno degnato dal Pubblico di qualche considerazione; e che in forza dell' eloquente argomento di verificazioni sì belle, si passerà facilmente sopra alla povertà dei miei

mezzi, non mi si rimprovererà di aver usate aste di legno piuttosto che di metallo, nè si farà neppur conto di quei medesimi piccoli sconcerti, che io stesso ho candidamente accusati. Soprattutto poi supporrò che nella differenza in cui ho già detto trovarmi coi Sigg. Puissant e Tranchot relativamente al lato *Populonia-Portoferrajo*, non sarà dato a me tutto l'aggravio; e che questa nuova verificazione aggiungerà nuovo e maggior peso alle ragioni, che a suo luogo ho portate per discolparmene.

Del resto sarò sempre il primo io a convenire che in operazioni di questa natura non vi è mai grado di certezza che possa dirsi veramente assoluto: e se io medesimo, ad onta ancora di tante riprove, non diffido affatto dei miei risultati, questo è perchè ben so la diligenza, la pazienza e cautele con le quali mi sono diportato in questa fatica. Ma ben presto un nuovo e più convincente riscontro deciderà in una maniera assai luminosa del suo demerito o del suo merito. Nel tempo appunto che io mi occupava della misura, l'abilissimo Geometra ed Astronomo Sig. *Carlo Brioschi di Milano*, munito di special commissione dall' I. e R. Istituto Geografico di quella Città, era inteso a intrecciar con la mia la bella Triangolazione che da qualche tempo si eseguisce nell' alta Italia. Dopo essersi con coraggio inoltrato fino all' al-

tissima sommità del monte *Cimone* e dell'alpe di *Succisa*, ed aver di cola ottenuti dei buoni elementi onde spingersi con qualche suo lato fino alla vista dell' Orizzonte nostro Toscano e collegar con le principali nostre Città le più nobili e illustri della prossima Lombardia, scese quindi a Livorno, Pisa Firenze col fine di dar compimento ai triangoli da se orditi su quelle alture. In quest' operazione Egli s'incontrò più volte nei miei punti Trigonometrici, che a bella posta incluse nella sua rete per dar luogo al desiderato confronto, partendosi Egli dalla notissima base di *diecimila metri* misurata nell'Anno 1784 presso il lago Maggiore dai Chiarissimi Astronomi di Milano *Reggio, Oriani* e de *Cesaris*. Nel lungo trattenersi che fece meco(gran tempo essendo che godo di sua particolar conoscenza) ebbe la bontà di mostrarsi assai pago e soddisfatto dei miei metodi, molti dei quali erano pure i suoi; e convenne soprattutto nella validità dei riscontri e delle verificazioni di cui tanto di frequente io faccio uso. Sperava egli altrettanto che io di trovarsi concorde nei comuni risultati delle due basi; il che se avvenisse secondo i suoi ed i miei voti, e proporzionatamente almeno alle dure difficoltà che questo riscontro presenta, ninno più potrebbe contrastarmi il diritto di riguardare come non affatto insufficienti e perdute le mie penose fatiche e quelle dei miei

ADDIZIONI
E
NOTE

a

Il progetto di eseguire in Toscana una regolare e ben sistemata triangolazione, per servir d' appoggio alla Costruzione di una Carta Topografica di questo paese, non è affatto nuovo. E tra di noi, e fuori ancora di noi si sa molto bene dagli Eruditi, che nel 1775 il Conte *Cassini* ne avanzò la prima proposizione al Granduca Leopoldo; nè il Granduca si mostrò lontano dall' abbracciarla. Senza voler quì discutere i veri motivi, i quali ostarono in seguito al compimento di questa sì felice idèa, dirò soltanto che grande al maggior segno ed urgente era la necessità di vederla a nostro comun vantaggio e decoro prontamente messa in esecuzione. Bisogna infatti convenire, benchè con pena, che se generalmente l' Italia, la bella Italia, questo paese sì classico, che ha sparsi i primi raggi di luce in tutto il resto d' Europa, questo paese favorito dal più bel Clima, e fecondo di sì gran numero di personaggi in ogni genere di dottrine chiari e distinti, è frattanto il paese il più trascurato e negletto per la parte Geografica, Topografica ed Idrografica: i Toscani, forse più che tutto il rimanente della nazione, si son mostrati colpevoli di questa sì disonorante indolenza. Esistono per verità delle Carte, parte già incise e pubblicate, parte tuttora manoscritte ed inedite; ma oltre il non portar seco documento alcuno che ne as-

sicuri ed autentichi la bontà, nè esserne bene spesso noti gli autori, nè i mezzi che possono aver avuti in mano per ben riescire, è verità di fatto che tutte hanno più o meno seco dei grossolani difetti, i quali dalle persone originarie e pratiche delle respettive località son facilmente discoperti. La costa marittima in special modo, benchè così importante, benchè frequentata dai legni di tante nazioni, è, a confessione dei nostri più esperti piloti, assai infelicemente delineata, a riserva però del porto, rada e costa finitima di Livorno, di cui abbiamo una sufficiente descrizione, per opera, non già d'alcuno dei nostri, ma degli industriosissimi Inglesi, soliti per uso a studiar più sulle coste altrui, di quello che forse non abbian fatto nè facciano anche oggidì sulle proprie. Vengono rammentate con qualche sentimento di lode due carte, l' una di *Giuseppe Rosaccio*, l' altra di *Giulio Cesare Cigni*, che io però non ho vedute nè posso quindi darne giudizio. Nel 1799 M. *Bucler d' Albe*, allora Capo del Burò Topografico del General Bonaparte, una ne pubblicò tutta sua propria nel suo *Teatro della Guerra in Italia e nell' Alpi:* ma questa non è che una Carta generale. Nel 1806 i Francesi fecero una Carta militare del Regno d' Etruria, che il General *Menou* aveva in mano nel 1808, ma di cui ignoro adesso il destino. Forse è quella stessa che fu poco tempo dopo pubblicata in Milano. Ma qual fiducia si deve aver mai in questa Carta, in men di tre anni abbozzata, nella quale si citano osservazioni astronomiche che noi stessi punto conosciamo, e si avvisa di più di esservisi stati presi in guida ed appoggio i viaggi del D. Giovanni Targioni? Noi sappiamo troppo bene che non tutto vide non tutto esa-

minò da se stesso quanto riporta e dice quel celebre Naturalista. Coi metodi che egli seguiva nell' informarsi, fu spesso in grado d' errare, e di fatto errò; specialmente in tutti quegli articoli, che, come il nostro, non erano intimamente uniti col principale suo scopo. Ne vaglia per tutti gli altri di prova l' abbaglio considerabile che egli prende rapporto alla foce del fiume *Cornia*. Dopo aver' asserito, che desso sbocca in mare fra la Torre di S. Vincenzio e le rovine di Populonia, *convien notare*, soggiunge, *che un solenne errore si osserva nelle Carte Geografiche della Toscana, le quali fanno sboccar la Cornia nel Golfo della Fullonica; quando vi è di mezzo una catena di monti altissimi*. Il vero si è che all' opposto questo piccol fiume effettivamente si perde nel padule e quindi nel Golfo di Piombino, parte di quello della Fullonica; nè raggiunger potrebbe il lido fra Populonia e S. Vincenzio senza superare il poggio *all' Agnello*, ultima diramazione di quelli di Campiglia.

Alquanto più commendevole delle altre trovo una carta di Luigi *Giachi* fatta o per meglio dire ultimata nel 1797, ed una ancor più recente del Cav. *Baillou*; ma con molte e singolari doti compariscono ancor qui dei difetti, che han peraltro comuni a tutte le altre. Notabilissimo poi ed al sommo evidente si è quello, che la situazione riguarda del promontorio di Populonia, che quasi da tutti vien posto in maniera da non esser possibile condur di là una retta fino ai contorni di Livorno, senza incontrare i poggi di *Montenero*. Eppure, se non da Livorno, almeno però dalle sue più immediate adjacenze, ma specialmente poi dal Fanale, tutto intero si scorge quel promontorio; e da Populonia apparisce verso quei punti tanto e sì

fiorito abitato, che non solo i contorni, ma sembra anche vedersi lo stesso Centro della Città. Inoltre, per quanto si ha dalla mia memoria sulla posizione di *Volterra*, *Fiesole* e *Samminiato* è più che certo che il primo ed ultimo di questi tre luoghi giacciono con pochissima differenza sotto un meridiano medesimo; cosa cha accade pure fra la Torre del pubblico Palazzo di *Siena*, la quale occupa presso a poco il centro di quella Città, e il Campanile di *Monte Senario*; come pure fra il Duomo di *Colle* e la sommità di *Lucardo*, le *Pomarance* e *Cerreto Guidi*, *Montajone* e *Pistoja* e in fine fra la Torre di *Populonia* e il forte di *Cecina*; il qual forte ha di più un parallelo quasi medesimo con la rocca della Città di *Cortona*, siccome la cima della *Gorgona* lo ha comune col Campanile di *Colle*. E frattanto è ben raro riscontrar questa coincidenza di meridiani e di paralleli in alcuna delle Carte che ho rammentate. Non parlerò poi della posizione Astronomica di Firenze, sulla quale quasi tutti i nostri Geografi sono stati mantenuti in inganno dalla *Conoscenza dei tempi*, ove per molti e molti anni consecutivi fu stranamente sfigurato quest' importante Elemento della nostra Corografia. Vero è che essendosi i Compilatori di quelle sì celebrate Effemeridi da qualche tempo corretti, anche i Topografi Toscani, almeno i più recenti fra loro, avrebber prudentemente dovuto non attenersi più all' antica determinazione.

Non ostante tutto questo, dirò e sosterrò sempre in lode dei soprannominati Autori, che anche troppo hanno fatto, e molto genio e ottime disposizioni han mostrate conducendo le loro opere al grado ove sono; che se non è d' intera perfezione, è però tale quale ben difficilmente po-

teva ottenersi con i loro piccoli e scarsissimi mezzi. È troppo noto ciò che successe in Francia nella costruzione della gran carta dei *Cassini*. Quellaparte che ne poteron diriger da se stessi quei rinomatissimi personaggi, sarà molto probabilmente andata scevra da notabili ed essenziali difetti: ma quella che per necessità doverono affidare a semplici ed inesperti Ingegneri, non provveduti com' essi di prescelti strumenti, nè egualmente esercitati nell' uso di maneggiarli, e mancanti inoltre di quelle indispensabili cognizioni che il Topografo, se voglia rendersi in ogni sua parte valente, è obbligato ad attingere ai sublimi fonti dell' Astronomia, riescì infelicissima a segno che convenne riprenderne fino a tre volte delle intere sezioni; e segnatamente quelle che i contorni riguardavano di Parigi, ove un gran numero di viandanti, e sopra tutto i cacciatori, scuoprivano di giorno in giorno un' immensità di grossolani difetti, che quasi in ogni punto formicolavano. E non ostanti le nuove correzioni e i nuovi ritocchi, son rimasti, specialmente nella parte Trigonometrica di questa Carta, abbagli incredibili; fino a trovarvisi triangoli ora di 178, ora di 243 ed ora di 139 gradi, ed errori fin di mille tese in lati di quattromila, siccome ha evidentemente dimostrato il Chiarissimo e sopra d' ogn' altro Celeberrimo Astronomo Sig. Barone *De Zach* nella sua egregia opera sull' *Attrazione* delle *montagne* e nella sua *Corrispondenza Geografica ed Astronomica*. Laonde molto a proposito lo stesso Chiarissimo Autore scrivendomi relativamente a questi disordini mi dice: *La celebre Carte de la France dite* de Cassini *est dans ce cas. Quoique levée d' après la bonne méthode l' a été cependant très imparfaitement, parceque on s' etait é-*

cnrté de la rigeur, et de la precision astronomique. On s' est permis des négligences, on y a employé des mauvais instrumens et des Ingénieurs qui n' étaient ni assez instruits, ni assez exercés pour executer des opérations aussi délicates, pour les quelles il faut non seulement des connaissances et de l' intelligence, mais une adresse et une déxterité qu' on n' acquiere ni par l' etude ni par l' application; mais qui n' est que le resultat d' une longue experience et d' une pratique constante et suivie. C' est AUX ASTRONOMES *à faire la premiere Carcasse ou le Canevas d' un pays. Accoutumés à manier les Instrumens les plus compliqués et les plus délicats, et à faire des Observations qui éxigent la plus grande précision, ils s' en acquitteront avec bien plus d' éxactitude, que si l' on abbandonait ces travaux à des simples Arpenteurs. D' ailleurs ces méthodes qu' on a tant perfectionnées aujourd'hui, ces Instrumens a répétition si difficils à bien manier, demandent et des connaissances en théorie et des habitudes dans la pratique, qui ne sont que le partage des Observateurs consommès. Il ne suffit pas de mesurer une Base, et de former un réseau de triangles; il faut aussi savoir les orienter, savoir reduire tous les points à la Meridienne, et à la pérpendiculaire d' un lieu sur une sphéroide terrestre. Il faut pour cela savoir faire l' Observation très délicate des Azimuths, celle de la longitude et de la latitude d' un lieu, savoir déterminer avec la plus grand précision le temps vrai; or voilà des Operations qui forment presque un Cours complét d' Astronomie pratique, et qui ne peuv ent étre executées que par un Astronome bien experimenté.* E in altro luogo della stessa lettera mi soggiunge: *on ne*

le conteste plus et on est generalement d' accord aujourd' hui que les méthodes astronomiques sont les seules veritables pour lèver les cartes d' un pays. Toutes les autres méthodes dont on faisait autrefois usage sont très imparfaites, et ont donné lieu à des fautes très graves et à des contestations très facheuses dont je pourrai citer plusieurs exemples. Faute d' avoir suivi cette bonne route il a souvent fallu recommencer tout le travail qui avait couté des sommes immenses, comme cela est arrivé en Autriche, en Bohème, en Hongrie, en Gallicie ec. Questa lettera, che per la profondità delle vedute Astronomiche, Geografiche e Statistiche di cui copiosamente ridonda, meriterebbe di esser tutta in intero prodotta alla pubblica luce, è in data di Genova sotto il dì 15. Agosto 1817.

b

È certo che la bontà di una triangolazione qualunque e comunque estesa, deriva da due principj; cioè dall' esattezza della prima misura, e dalla sufficienza dei mezzi atti a riportar su di questa i valori dei lati componenti tutta quanta la rete. Finchè questa sufficienza sia debole, finchè per estender questa rete e per valutarla non si abbiano che dei *quarti* di *cerchio*, o dei *grafometri*, o anche dei *circoli interi*, ma non *ripetitori*, o d' artista accreditato e valente, e che per conseguenza non si possa contare che sopra i *primi*, o *mezzi primi* nella cognizione degli angoli, è indispensabile affatto il partirsi da una base quanto si può lunga, per diminuire il numero e quindi l' influenza delle osservazioni degli angoli: poichè per quanto possa commettersi errore nella misura, e per quanto quest' errore crescer possa con lei, ed anche

in maggior proporzione che lei allorchè dessa si estende: tuttavia sarà sempre minore di quello che si avrebbe appoggiando sopra una piccola base delle operazioni angolari dubbie ed effettuate con sì meschini strumenti. Ma se questi sieno, quali lo sono al dì d' oggi, eccellenti, se mediante la loro perfezione, possiamo esser sicuri della bontà degli angoli dentro almeno i due o tre secondi: qual mai difficoltà vi può essere in ammetter la poca necessità di una base di straordinario prolungamento? Se ne supponga non più che di 1000 *tese* la parte misurata e si voglia appoggiar su di questa una prima rete di quattro triangoli, che per maggior comodità di calcolo, supporrò isosceli e tali, che la proporzione del terzo lato ai due lati eguali sia di 2:3. Gli angoli opposti dovranno esser dunque in ciascun triangolo di 70° 31′ 43″,6; e le lunghezze dei lati respettivamente risulteranno

nel primo di *tese*	1500,0
nel secondo	2250,0
nel terzo	3375,0
nel quarto	5062,5

Ma si ammetta un errore di 3″ in *più* nello stabilimento di ciascuno degli angoli sopraddetti: le lunghezze diverrebbero in questo caso

nel primo di *tese*	1500,06
nel secondo	2250,18
nel terzo	3375,41
nel quarto	5063,33

Vi sarebbe dunque un errore di 0t,83 in *tese* 5063,33; che è quanto dire che prendendo quest' ultimo lato come base di una triangolazione, tutti i lati o distanze deter-

minate colla medesima, rimarrebbero affetti di un errore nel rapporto di $1^t,5 : 10000^t$; errore però che in una triangolazione ordinaria non può non supporsi condonabile; e che solo comparirebbe eccedente nel caso, che al sommo delicato e importante fosse l' oggetto di simile operazione.

Ma giova inoltre osservare che le ipotesi da cui ci siam dipartiti, e sulle quali abbiamo instituito il nostro calcolo di confronto, sono evidentemente a puro svantaggio. È impossibile in primo luogo che gli errori ammessi nelle osservazioni sieno precisamente tutti nel medesimo senso; ed è troppo naturale il supporre, che se l' uno dei triangoli pecca in eccesso, il successivo si trovi mancante in difetto, e così l'errore dell'uno utilmente serva a correggere o minorar l'errore dell'altro. Di più non è necessario che i due lati eguali risultino tanto più grandi del terzo; e possiamo, moltiplicando i triangoli, render a piacer nostro minore il rapporto di quelli a questo: con che aumentandosi l' angolo al vertice, e diminuendo i due eguali sulla base, diminuirà altresì l' influenza degli errori d' osservazione sul valore dei lati. Infine neppure è da accettarsi il supposto, che gli errori d' osservazione di cui si tratta non possano, a un angolo per l' altro, supporsi minori di 3″. Oggigiorno neppur li Astronomi stessi, senza almeno la maggior ripugnanza, si piegherebbero a voler ammetter tanto dubbio nelle loro Osservazioni *celesti*: quantunque in parità del resto debban essi superare un numero tanto più grande d' ostacoli e d' inconvenienti, sia per parte della posizione dei loro strumenti, che è per lo più necessario di tener verticali,

(sistema che moltissimo ne compromette la fedeltà); sia per parte dell' imbarazzo, che s' incontra in mantenere invariabile questa situazione durante che la macchina é in gioco; sia per le conseguenze immediate e sensibili a cui qualunque leggero spostamento di tal natura indispensabilmente conduce; sia infine per l' influenza variabilissima e incerta che hanno sopra le osservazioni di questo genere le diversità e della temperatura e delle refrazioni atmosferiche, che difficilmente e a grande stento si sono ai nostri giorni sottoposte alle leggi del calcolo e a delle approssimate induzioni. Ma nel nostro caso, ove attesa la somma vicinanza dei punti osservati non dee nè può temersi, non dirò della refrazione verticale, che in maniera alcuna potrebbe influire sopra le osservazioni terrestri, ma neppur di quella refrazione, di cui mi sono altre volte forzato a convalidar l' esistenza, e che chiamai *laterale* od *obliqua*; ove la situazione della macchina è necessariamente orizzontale; ove un piccolo allontanamento da questa necessaria orizzontalità niente danneggia la bontà finale del risultato: sembra certo che qualora useremo scrupolosamente di tutte le più minute e più rigorose diligenze, l' ultimo limite dell' errore potrà sempre circoscriversi in molto men estesi confini. Ed in effetto noi abbiamo frequentemente veduto che i nostri triangoli completati hanno dato un errore non più che di 6'' nella somma degli angoli, e molte volte appena questo medesimo errore ha superato 1''; indizio manifestissimo della possibilità che vi è di ridurre a meno di 3'' l' incertezza di ciascun angolo, e giunger forse a eliminarla del tutto. Che se talvolta sono nei miei stessi triangoli apparse alquanto più rilevanti irregolarità, possono ris-

contrarsi e le ragioni e i motivi che ne ho addotti in altro mio opuscoletto; ragioni e motivi però che nel caso nostro non debbono venturosamente aver luogo, poiché come ho già detto, e come é natural conseguenza del metodo che ho già preso a difendere, picculissima suppongo esser la distanza dei punti osservati, ed escludo di più qualunque necessità di riduzione, e qualunque causa d' inganno per parte delle così dette fasi dei segnali.

Ma quando pure ad onta di tutte queste cautele e di tutte queste condizioni sì vantaggiose si volesse ammettere come inevitabile l' introduzione dell' errore di cui si tratta, completato il triangolo facilmente si scuoprirebbe, e rinnuovata l' osservazione si potrebbe con somma facilità riparare. Con questo stesso sistema i celebri Geometri, che travagliaron già alla misura della Base metrica, condussero fino alla più maravigliosa precisione i loro triangoli, e in conseguenza i loro angoli. E che niente d' indiretto o di forzato vi sia in quei processi e in quei resultati assai ben lo comprova lo stupendo conosciuto riscontro fra le basi di *Melun* e di *Perpignano*; l' ultima delle quali, conclusa per via di triangoli dalla prima, non si trovò che di soli 11 pollici differente dalla sua effettiva misura. Ora se quei Geometri portarono le osservazioni loro ad una precisione sì grande, benché, come da tutti si sà, non sempre stato fosse in poter loro lo sceglierne e sistemarne nel miglior modo le condizioni: quanto più potrà ottenersi lo stesso nel caso nostro, ove tutto potremo disporre a scelta e nel metodo che stimeremo più opportuno, e sarà di più in nostra mano di moltiplicarne quanto bisognerà le assicurazioni e i riscontri?

Queste assicurazioni e questi riscontri esigeranno in vero e tempo e sofferenza; ma non l' esige e molto ancor di più il maggior prolungamento che si tratta di dare in vece alla base? E la base misurata una volta che sia, non ha essa pure bisogno di corrispondente verificazione? Non é da dubitarsene: e invano sperar potrebbe il Geometra un qualche pubblico credito alla sua misura, se non facesse almeno costare di averla ripetuta due volte, e con risultato quasi rigorosamente identico. Ma qual differenza fra l' impegno di ritornar di nuovo sulla stessa misura, e il ripeter quante volte si voglia al teodolito delle osservazioni angolari? Oltre di ciò mi si affaccerebbe adesso alla mente un qualche piccolo dubbio, sulla vera validità di quell' usitatissimo genere di riscontro. Infatti l' indole naturale delle comuni pratiche di misura portando sempre a dare alla linea un valore maggior del giusto, sembra dunque che probabilmente avremo errore in eccesso tanto nella prima che nella seconda operazione. Dunque la supposta identità del primo col secondo risultato proverebbe bensì che l' errore d' eccesso è pressochè lo stesso in ambedue, ma non già che sì l' uno che l' altro debban supporsene liberi totalmente: appunto come avverrebbe a chi pretendesse di concluder la vera quantità di un lungo lineare intervallo mediante una porzione di corda o di flessibil catena applicata fra le sue estremità. Questa porziona intercetta comparirebbe sempre eguale qualunque volta se ne ripetesse l' applicazione: ma non rappresenterebbe mai la cercata vera misura della linea: atteso il naturale incurvamento, nel quale malgrado qualunque contrario sforzo si disporrebbe sempre la catena o la corda. È poi prin-

cipio ovvio del tutto e comune che il riscontro più debole e meno comprovante la bontà di un' operazione, quello si è che unicamente consiste nel ripeterla di bel nuovo con lo stesso suo primitivo andamento: poichè niente di più facile, quanto cader negli stessi inciampi allora che si retrocede sui medesimi passi. Così le più accreditate verificazioni nel computo Aritmetico e Algebrico, quelle sono nelle quali, rovesciato l' ordine e il sistema dell' operazioni, si va per una strada del tutto differente ed opposta dall' ultime conseguenze che si prendono come note, fino ai primi dati o elementi che tengono allora luogo della quantità da cercarsi. Così l' Analisi e la Sintesi Chimica si comprovano realmente l' una con l' altra: perchè questa riunendo e collegando le parti, che quella ha separate e disciolte, ristabilisce con metodo interamente suo quel tutto primitivo, che preesisteva all' attualità dell' azione dissolutiva. Gli antichi *quadranti* Astronomici, benchè egregiamente e da mano maestrevole lavorati, han perduto alquanto di credito e di fiducia, allorchè si è cominciata a valutar l' incertezza, che naturalmente proveniva dalla necessità di ripeter le osservazioni con l' ordine stesso e sulla stessa parte del lembo: e tanta fiducia e tanto credito hanno all' opposto acquistato i circoli moltiplicatori, perchè in arbitrio rilasciano dell' Osservatore l' uso e l' applicazione successiva di tutte le parti della graduazione. Coloro poi, che per dar maggior forza ed autorità al riscontro della doppia misura, hanno insinuato di proceder la seconda volta in direzione opposta alla prima, cominciando cioè dall' ultimo termine e andando a terminare sul primo, hanno ben mostrato di sentir la debolezza naturale di

questa riprova, ma non hanno certamente provveduto quanto occorreva ad aumentarne il rigore; poiché mentre l' andamento non varia, mentre sussistono sempre le stesse cause d' errore, e sempre si presentano nella medesima forma, é indubitato, che affatto indifferente si è il cominciar piuttosto dall' un punto che dall' altro; e il dubbio rimarrà o nell' uno o nell' altro modo lo stesso.

In tutto questo però io prescindo affatto da quel genere straordinario ed inarrivabile di misure, che negli ultimi tempi nostri, come pure negli attuali, si sono effettuate e si vanno effettuando tuttora per decidere il gran Problema dello Sferoide Terrestre. Come niente si è per lo più risparmiato in quelle operazioni, sia per il lato dell'industria e dell'arte, sia per quello degli emolumenti, in pro di loro a larga mano profusi dalla pubblica opulenza Europea, e tutte insomma vi si sono impiegate e dirò pure esaurite le risorse dell' umane facoltà e dell' umano sapere, non posson dunque nè potranno mai dietro questo sistema riescire in parte veruna infelici. Ma la misura di una base instituita al solo e limitato scopo di servir di modulo o scala alla costruzione di una carta Topografica, diviene un oggetto sí piccolo per il vero interesse sociale, e l' ultimo e più scrupoloso rigore in questo genere di resultati è in faccia al pubblico un pregio di sì minuta ed indiscernibile entità, che il Geometra, il quale è forse il solo che vi annetta una qualche idea d' importanza, in quanto che vi accoppia quella del suo proprio onore, dee sempre contar non più che sopra i mezzi ordinarj: e nella scelta dei suoi metodi e dei suoi piani la maggior economia e nel tempo e nei

dispendj e nel numero dei mercenarj impiegati, dee sempre aver luogo come un elemento indispensabile, e di prima ed assoluta necessità. Ed è dunque in questo caso che io proponeva come più semplice, più analogo all' esigenza e forse anche più rigoroso il nuovo sistema.

È bensi vero, che queato spirito di modicità e di risparmio, non dee poi in alcun modo portarsi nel valore e nel pregio dei Teodoliti: i quali suppongo all' opposto dell' ultima perfezione, e tanto più, quanto che appunto sull' unica loro odierna bontà, ignota affatto nei trascorsi tempi, io tutto appoggio il fondamento del novello mio metodo di misura. Ma indipendentemente dall' oggetto del misurare, dee esser prima e somma cura del Geometra, che intraprende una qualunque triangolazione, di provvedersi di ciò che può esservi di meglio sotto questo rapporto: non solo a titolo di portar così maggior precisione nei suoi lavori, ma ancora per utilizzar sempre più nel pubblico e nel privato interesse; ponendosi per tal via fuori affatto del caso di dover più volte ripeter le operazioni per errori proceduti dalla poca attitudine degli strumenti. Ed è infatti manifesto, che sia quanto si voglia eccellente il pezzo da provvedersi, non ne sarà mai così gravoso l' acquisto, quanto verrebbe ad esserlo la nuova necessaria tessitura di una Triangolazione malamente condotta. *Il en coute*, mi soggiunge a questo proposito nella citata lettera il Chiarissimo Zach, *il en coute le même tems, la même dépense et souvent plus de peine, de faire un réseau de triangles avec un mauvais instrument, que de le faire avec un bon. La difference du prix d' un bon instrument à un mauvais ne peut et ne doit jamais entrer en ligne de compte,*

lorsque il s' agit de faire à frais égaux une chose parfaite au lieu d' en faire une mauvaise.

Sembra frattanto impossibile concepire come mai questo principio si evidente si giusto non sia stato il principio universale, di tutti coloro che han fin qui o dirette o eseguite le costruzioni delle Mappe. Allorchè in Francia si pensò a intraprender quella di tutto intero quel vastissimo e fioritissimo Regno, molto inopportunamente si trascurò come ho di già detto di associarvi persone non solo in tutto capaci, ma provvedute ancora di mezzi quanto bisognava soddisfacenti, e atti al felice disimpegno di quella sì nobile istituzione. Ho poi avuto luogo io medesimo d' osservare, che gli stessi Ingegneri Francesi i quali sotto il titolo di verificatori presiedevano negli ultimi tempi alla confezione del Catasto nelle nostre provincie, erano provveduti di strumenti anche molto inferiori al meccanico e superficiale oggetto della lor commissione. Uno solo di essi, ed era appunto Toscano *, aveva avuto l' avvertenza di premunirsi di un competente circolo moltiplicatore del Celebre *Lenoir*, col cui ajuto gli venne fatto di operare in una maniera assai commendevole, e con precisione forse superiore a quella che generalmente veniva domandata dalle leggi Imperiali. E lo stesso spirito d' esattezza aveva egli potuto ispirare ai suoi medesimi subalterni, tra i quali trovai chi aveva alle mani ed usava un bel Teodolito di *Dollond* **. Giova credere che eguali

---

* L' Ingegnere Sig. *Luigi Campani* di Volterra, Verificatore nel dipartimento del Mediterraneo.

** Gli Ingegneri Sigg. *Prospero Badalassi* di S. Miniato, e *Graziano Capaccioli* d' Empoli.

diligenze e premure si saranno usate da molti altri Ingegneri in tutto l' immenso numero, che per quel vastissimo Impero si trovavano addetti a quest' operazione. Ma frattanto vi era chi palesemente e sotto i nostri occhi le trascurava; e può a ragion sospettarsi, che non pochi le avranno egualmente trascurate nei territorj lontani da noi: e quelli e questi bastavano per nuocere al concetto dei più industriosi, e togliere a tutto l' insieme quella perfezione, che una maggior vigilanza su quest'articolo avrebbe con facilità potuta ottenere.

Gli Inglesi non hanno nè pensato nè fatto così. *Les Anglais*, continua a scrivermi lo stesso Chiarissimo Sig. Baron de Zach, *ont bien reconnus toutes les fautes qu' on avait faites dans les levées de pays étrangers, et ils ont pris leurs précautions. En general, il faut en convenir, c' est dans l' esprit de cette nation de toujours porter au dernier degré de perfection toutes leurs Entreprises, de quelle nature, et de quels genres, qu' elles soient. Ils savent par théorie et par experience, combien les succès en dépendent, et combien on s' en assure, en visant toujours au* non plus ultra. *Loin de ne vouloir faire qu' une mediocre carte Topografique, ils ont eu le bon esprit de transformer cette levée en une veritable mesure des degrés pour determiner la grandeur et la figure de la Terre. C' est le* nec plus ultra *de toutes les operations géodesiques*. Ed in effetto, allorchè il celebre General *Roy*, altrettanto buono Uffiziale che eccellente Astronomo, nel 1783 ebbe ordine dal suo Governo di formar la Carta dell' Inghilterra, ebbe altresì quello di niente risparmiare per quest' intrapresa. Immantinente egli commise all' incomparabile *Ramsden* quanto in

genere di istrumenti analoghi al bisogno suo, avesse quegli potuto immaginare e formare di più sublime e di più perfetto. I pezzi che il Generale e suoi cooperatori ebbero dunque allora alla mano, riescirono tali che fecero e faranno epoca nell' Astronomia istrumentale. Il Duca di Richemond Generalissimo allora d' Artiglieria vi contribuì dal suo canto con impareggiabil munificenza. *La plupart des Grands en Angleterre*, segue pure a dirmi il medesimo Sig. De Zach, *ont plus ou moins de l' Instruction, et ils y attachent un grand prix, et l' ignorance y est un tache dans touts ceux qui aspirent à la simple qualification de* Gentleman; *voilà pourquoi toutes les Entreprises scientifiques trouvent des si grands encouragements en Angleterre; le gouvernement y contribue en general fort peu, et presque rien, lorsque cela ne regarde pas ses propres interêts, comme* p. e. *la levée de la Carte du pays: tout le reste se fait par souscription volontaire de riches particuliers*. E con tal mezzo la Carta dell' Inghilterra, la sua esecuzione Astronomica, trigonometrica, topografica e calcografica han potuto giungere a tal perfezione, sontuosità e magnificenza da superare qualunque altro monumento di simil genere.

c

Una sola di queste riguarda generalmente la Geodesia; l' altra porta il titolo di Trattato di *Topografia*. La prima fu pubblicata a Parigi nel 1805., l' altra nel 1807. La triangolazione dell' Elba è riportata in quest' ultima. Nella prima vi son peraltro le osservazioni Astronomiche sulle quali tutta la Triangolazione venne orientata.

d

Lo cercai per lungo tempo ma invano da Porto Ferrajo e da Populonia, con la guida degli angoli di Puissant. Del resto non che il segnale o le sue vestigia, neppur trovai indizio veruno di quella denominazione. Né in Populonia né in Porto Ferrajo mi riescí d' incontrarmi in persona cui fosse noto il vocabolo di ***Monte Capane***.

e

Nel Trattato di Topografia a pag. 87., e precisamente tra le osservazioni fatte alla stazione chiamatavi *Calamita* si ha

Angolo { Populonia - Capane = 91°. 29′ 15″ 1
Angolo { Capane - Porto Ferrajo = 48 . 24 31 , 0

di qui l'Angolo Populonia-Porto Ferrajo = 43°. 4′ 44″ 1
Si ha inoltre

Lato { Calamita - Porto Ferrajo = *metri* 10749, 78
Lato { Calamita - Populonia = *metri* 29790, 96

d' onde si conclude
Lato Populonia-Porto Ferrajo = *metri* 23135, 14
ossia = *tese* 11870, 04

f

Da Populonia mi rimaneva a troppo immensa distanza; nè era mai presumibile, che di là avessi potuta veder quella Croce. Dal Forte di Cecina d' onde avrei forse potuto osservarla, non pensai a farne caso; perchè ero ancora ben lungi dal figurarmi che mi sarebbe stato necessario, o utile almeno, lo stabilirvi in seguito una stazione. Simili involontarie omissioni avvengono spesso e assai naturalmente, se prima non si percorra quasi palmo a palmo tutto il territorio da descri-

versi, moltiplicando in immenso i viaggi e i dispendj di danaro e di tempo. Vaglia questa dichiarazione per salvarmi contro qualunque accusa, che in questo genere mi s' intentasse contro dai meno periti.

g

L' ultimo, che è di *tese* 16000,11 perciò alquanto più ardito dei precedenti (il maggior dei quali non giunge che a *tese* 15999, 72) è quello appunto che viene dal lato *Volterra-Croci*; come può vedersi alla *pag.* 70 della precitata memoria. Non eccede peraltro che di 0t,59 il valor medio dei tre primi: divario manifestamente insensibile in un lato di *sedicimila* tese, valutato sul confronto di quattro triangoli. Si veda quanto ne ho già detto nella memoria suddetta, a *pag.* 33.

h

Si avrebbe dai primi tre *tese* 15999,52; ma ammesso anche l' ultimo costruito, debbono stabilirsi per l' attuale distanza di *Samminiato-Volterra* tese 15999,45. Rammento che i termini di questa linea toccano a *Volterra* il centro della Torre del Mastio, a *Samminiato* l' angolo meridionale della Torre sì celebre e sì vistosa, che rimane nella più elevata parte della Città. Altre volte sono state fatte da questo luogo delle osservazioni Geodetiche, che si dicono interessanti: la tradizione che ne resta è però molto oscura. Vi è chi le attribuisce al Viviani, o a qualche di lui collaboratore o discepolo: niente però mi è avvenuto scoprire di bastantemente preciso nè sull' autore, come neppure sul vero oggetto, o sulla qualità e valore dei risultati di queste Operazioni.

i

Ordinariamnete le differenze massime nei confronti

moltiplici dei risultati di più catene non hanno ecceduto l'*uno* per *diecimila*. Qualche volta hanno dato appena l'*uno* per *ventimila*. Nel grandioso lato *Cocollo-Pistoja*, di cui ho tanto a lungo parlato in un supplemento alla mia memoria sulla posizione di quella Città, due distintissime serie di triangoli han portata la sola differenza di $0^t,7$ sopra 33916. Nell' immenso e amplissimo quadrilatero, che chiuso resta fra le mie principali stazioni di *Volterra*, *Pietramarina*, *Cocollo*, *Monteluco*, e che indicherò per comodo con VPCL, la diagonale VC, base comune dei due triangoli VPC, PCL è data dall' uno di *tese* 33131,29 e dall' altro *tese* 33130,86, col tenuissimo divario di $0^t,43$. Ma le singolarità di questo bel quadrilatero meritano, che avendo l' incidenza portato a farne menzione, qui se ne parli con qualche maggiore sviluppo. Niun altro luogo potrebbe esser più di questo a proposito.

Primieramente i quattro suoi lunghissimi lati, secondo il variato e distinto giro di serie diverse son risultati dei seguenti valori

		valor medio	*massima diff. dagli estremi*
VP =	$22763^t,56$ 22763,68 22764,20	$22763^t,81$	$0^t,39$
PC	27766,18 27766,99	27766,58	0,41
CL	10476,67 10475,77	10476,22	0,45
LV	26875,93 26874,01	26874,97	0,96
	Somma	$87881^t,68$	$2^t,21$

Ed ecco intanto che in un perimetro di quasi 88 mila tese il massimo dubbio, preso nel senso il più contrario e sfavorevole, non giunge a due tese e un terzo. Eppure nè i valori parziali di ciascun lato hanno fra di loro alcun rapporto comune di provenienza, nè molto meno l' hanno gli uni con gli altri i quattro valori medj. In fatti dei tre triangoli che danno *VP* il primo è appoggiato alla *Riforma* di *Fiesole*, il secondo a *S. Casciano*, il terzo al Campanile della *Cattedrale* di *Fiesole*, e sono il 75°, 92°, 96°, già pubblicati nella mia seconda memoria. Dei due che danno *CP*, l' uno egualmente pubblicato appoggia a *Pistoja*, l' altro all' *Incontro*. Di quelli che dan *CL* l' uno appoggia al Campanile di *Renaccio*, l' altro a *Volterra*. In fine i due di *LV* appoggiano il primo *Volterra*, il secondo a *S. Miniato*. L' indipendenza ed eterogeneità d' origine di questi valori è dunque molto evidente.

In oltre poichè gli estremi *V*, *C* della diagonale *V*, *C* non erano l' un dall' altro visibili, i due triangoli *VPC*, *PCL* non hanno offerto per il doppio stabilimento di *VC* che il meschinissimo e sommamente equivoco appoggio di due lati, e dell' angolo fra essi compreso: circostanza che rende sempre più maravigliosa la stupenda concordia dei valori ottenuti per quella lunghissima diagonale.

In fine gli stessi angoli *P*, *C* l' uno di 81° 17′ 14″, e l' altro di 118° 8′ 43″,7 non provengono da un' osservazione unica ed immediata, ma sono il complesso di molte osservazioni riunite. Anzi nel primo *P* che è formato dei quattro seguenti cioè *Montesenario-Scuole Pie*, *Scuole Pie-Volterra*, *Montesenario-Incontro*, *Incontro-*

Cocollo, l' angolo *Incontro-Cocollo*, non è osservato ma concluso, e viene dal triangolo 70 posto a *pag.* 72 della mia prima memoria. In fatti non avevamo ancora segnalato il *Cocollo* da Pietramarina, allorchè sottoponemmo al calcolo il quadrilatero. Vero è che essendovi tornati in appresso, ed avendo posta cura a rettificar quell' angolo *P* con un' osservazione immediata, dopo dieci ripetizioni si trovò 81° 17′ 13″,6, cioè soli 0″,4 meno del valore in avanti adoperato: nuova e bella singolarità, non indegna di riflessione.

La verificazione fatta sulla diagonale *VC* non si potè, come si sarebbe voluto, estendere anche sulla diagonale *PL*; perchè neppure i due punti *P*, *L* sono l' un dall' altro visibili; e benchè gli avessi segnalati da *V*, non avevo però fatto altrettanto da *C* per le ragioni addotte alla *nota f*.

Del resto non è interessante solo per se medesimo questo bel quadrilatero: nè le sue singolarità si ristringono soltanto a mostrare fino a qual punto di precisione possa spingersi al dì d' oggi un'operazione di questo genere, con l' uso dei mezzi che la raffinatezza dell' arte ci somministra, e specialmente con l' ajuto degli eccellenti circoli moltiplicatori di *Reichenbach*. Le di lui qualità estrinseche, e i rapporti che al da vicino lo legano con tutti gli altri pezzi della triangolazione, gli danno un rango altissimo d' importanza, e ne rendono opportuna al sommo e preziosissima la mirabil sua precisione. Ho infatti mostrata la stretta ed immediata attinenza che ha coi triangoli già pubblicati, dei quali conferma a vicenda ed assicura in un modo fuor d' eccezione la verace e piena bontà. Fioritissimo è inoltre e

ricco al sommo di popolazioni e di abitati l' ampio territorio che abbraccia e serra: e la sua topografica posizione nel centro assoluto della Toscana , come pure la giacitura dei suoi vertici, situati in vistose eminenze, per ogni banda isolati, e quindi quasi da ogni punto visibili, lo rendono attissimo a servire or con l' uno or con l' altro dei suoi lati, di eccellente base tanto al lavoro in dettaglio, quanto a quello in massa che trattasi di proseguire. Le catene con le quali condotto mi sono all' Elba si diramano unicamente da lui: vedremo in progresso come se ne staccano altresì quelle che mi portano a Siena; e come ne ho egualmente con felicità profittato per congiunger l' antica con la nuova base, e trar da questa un' inconcussa e finale verificazione per quella.

k

Dovrebbe esser circa una tesa: il che quanto sia inverisimile ben lo dimostra la tanto piccola differenza di cinque centesimi di metro che passò fra la misura e la sua verificazione: si riscontri quanto ne ho già detto nella mia memoria *sulla longitudine di Pistoja* a pag. 22.

l

Ecco il piccol quadro di queste determinazioni e loro differenze

Longitudini	di *Puissant*	di *Tranchot*	*diff.*
di *Portoferrajo*	7°. 59'. 24'',4	7°. 59'. 20'',0	4'',3
di *Populonia*	8 . 8 . 50 ,2	8 . 8 . 44 ,0	6 ,2
Latitudini			
di *Portoferrajo*	42 . 49 . 6 ,2	42 . 49 . 6 ,0	0 ,2
di *Populonia*	42 . 59 . 30 ,2	42 . 59 . 33 ,0	3 ,0

m

Anche il Chiarissimo *Zach* nell' insigne ed' im-

mortale sua Opera intorno all' *attrazione delle montagne*, pag. 363., confessa di aver trovati i suoi azimuth erronei dai -7" ai -21"; e riflettendo esso pure ai più forti errori nei quali sono incorsi prima i Francesi, conclude con dire: *tant il est difficile de s' assurer* a plusieurs secondes près *d' un vrai azimuth, et bien plus difficile encore* de le retrouver exactement *après une longue chaîne de triangles*. Che poi relativamente all' azimuth di Populonia, riferito al Meridiano del fanale di Portoferrajo, debba esservi realmente stata discordia fra i due Geometri, si può in qualche modo desumere dal vedersi, che Puissant assegna a quella Torre maggior longitudine e minor latitudine che Tranchot. Vero è, che considerata la poca entità del lato Populonia-Portoferrajo, il divario di 6" nel primo e di 3 nel secondo senso, non può nei nostri climi rifondersi interamente sopra una differenza d' azimuth; meno che questa non si supponga eccedente e maggior assai di quanto avrei voluto persuadermi, per render una qualche sufficiente ragione di tutti questi sconcerti, senza niente detrarre alla buona e vantaggiosa opinione mia per quelle operazioni. Per l' istessa ragione, poco o niun giovamento si avrebbe dall' immaginare, come in casi simili ha fatto il Sig. *Delambre*, o una diversità d' opinioni nella compressione Terrestre, o una varietà di metodo nell' applicazione dell' Analisi. Infatti né l' una né l' altra causa ha un effetto sensibile in piccoli appezzamenti della superficie Terrestre: anzi quanto alla seconda può osservarsi di più, che dai tempi di Tranchot ai nostri, l' analisi di queste ricerche non ha essenzialmente cangiato; e se non aveva

allora tutta intera la semplicità ed eleganza che spiega al dì d' oggi, non era però nè men vera nè men rigorosa. Oltrechè ci assicura Puissant medesimo che i calcoli furon tutti riassunti da *Mechain*; e Mechain non avrebbe mancato di sottoporgli ad una nuova analisi più severa, quando e men precisa e troppo indulgente avesse trovata la prima. È dunque per ogni parte difficile il conciliare plausibilmente le differenze dei due Astronomi nostri: tanto più che poco si sa delle operazioni dell' uno, e quasi niente di quelle dell' altro: il che ci pone inoltre fuori di grado di pronunziar qualunque giudizio più o men favorevole o per questo o per quello.

n

Se la latitudine risultò tanto precisamente eguale, non vi aveva dunque diversità d' ipotesi nella compressione della Terra: d' onde mai perciò sì gran differenza in longitudine? e come mai elementi in tutto medesimi, adoprati con metodo, almeno nella sostanza, uniforme non han portato a conseguenze per ogni parte le stesse?

o

Moltissime essendo, e neppur tutte per se stesse note le cause d' errore nelle determinazioni Geografico-Astronomiche, conseguenza troppo precipitata sarebbe l' incolparne assolutamente anche in parte la Triangolazione, che loro ha servito di base; la quale può essere stata felice, comunque quelle inesatte appariscano e poco soddisfacenti. Protesto quindi a ragione di non aver prodotto il mio raziocinio, come frutto di una discussione prolungata e matura, ma soltanto in qualità di racconto, e come un' idea suscitatasi nel momento, e

che tanto servì, quanto appunto occorreva per mantenermi saldo nel vacillante coraggio, e indurmi a cootinuare il lavoro ad onta della notabil mia discrepanza dai risultamenti Francesi. Del resto o debole o foi te che fosse allora questo mio ragionare, come pure tutto il ragionar precedente e tutto il seguente, rapporto a questo stesso proposito, ciò non doveva più interessarmi; nè era necessario che me ne occupassi più di quanto lo feci allora: credo bensì di dovermene con molto gran motivo chiamar soddisfatto e contento, tostochè produsse l'esposto effetto; che quanto fosse opportuno lo vedremo nel seguito.

P

Sono queste osservazioni in numero di circa dugento, fatte nel corso di dieci anni, e confrontate con le osservazioni corrispondenti, che avevano avuto luogo nei principali osservatorj d'Europa. Si veda il primo volume della raccolta intitolata: *Observationes* siderum *habitae Pisis* etc, et *in lucem editae a Josepho Slop de Cadenberg*. Gli 32′ 8″ non sono il valor medio di tutte queste osservazioni, ma il medio di ciò che particolarmente risulta dai confronti individuali con *nove* dei predetti Osservatorj. Questi confronti portano a dei valori il cui *massimo* è di 32′ 14″, e il *minimo* 32′ 3″; consonanza in realtà sufficiente, considerato il genere di fenomeoi d'onde deriva. Ma conviene anche avvertire, che non tutte le osservazioni sono state effettivamente introdotte in calcolo dal Sig. Slop, e che gran parte di quelle che più notabilmente si scostavaoo dalle medie sono state, forse con troppa libertà, trascurate. Fra le altre mancano tutte quelle che rapportate furono all' Osservatorio

di Milano, e che avrebber dati 32′ 25″. Forse avendo agio e volontà di riassumerle nella loro totalità si troverebbe qualche cosa di più di quanto il Sig. Slop ha supposto. Non è poi fatto in quell'opera verun caso, e spesso neppur menzione della diversità dei Telescopj adoprati nei differenti luoghi; e mentre vi si rammenta la forza veramente eccellente di quello col quale si osservava a Pisa, non si pone poi a calcolo la sua superiorità sopra alcuno degli altri. Si aggiunga, che neppur le posizioni di tutti gli Osservatorj di confronto erano bene stabilite in quei tempi, e non poche han subite dipoi delle valutabili rettificazioni. Forse è per tutti questi motivi, che non si è dimostrata dagli altri molta fiducia nella determinazione del Sig. Slop. Non saprei poi render ragione, perchè mai quel chiarissimo e dottissimo Astronomo non applicasse a queste ricerche veruna delle tante ecclissi o Solari o di stelle, osservate in Pisa, e delle quali sì copiosamente fornì quella sua vasta raccolta: se pur non fu perchè credendosi ormai sicuro per parte dei tentativi già fatti, avesse voluto affrettarsi a consacrare il resto di sue fatiche al perfezionamento delle Teorie.

q

Nel testo di queste tavole si ha veramente 32′ 5; ma nelle *tavole portatili della Luna*, opera ingegnosissima dello stesso chiarissimo Autore, si nota lo sbaglio tipografico occorso in quel luogo, e si corregge 32′ 15″.

r

L' osservazione dell' Ecclisse Solare del 1806 appartiene al Ch. Sig. Professor *Piazzini*, attuale Astronomo della Specola di Pisa, che la produsse nel Tomo XV

della Società Italiana, e che ne concluse per l' angolo al polo fra i Meridiani delle Specole di Milano e di Pisa 4' 45",1. Onde posta con Zach la longitudine di Milano da Parigi in tempo di 27' 24", ne proverrebbe per quella di Pisa 32' 9",1. A questo risultato, sì poco in se differente da quello avuto dai Sigg. Astronomi di Germania, ho creduto bene di preferir non ostante l' ultimo, perchè determinato posteriormente, e, come giova credere, con più rettificati elementi. Ma lo stesso Sig. Piazzini nel precitato luogo, e di seguito all'osservazione predetta aggiunse ancor l' altra di un' occultazione del *τ Toro* sotto la Luna. Da questa ottenne per differenza in longitudine tra Pisa e Milano 4' 48",4; d' onde nascerebbe per Pisa una nuova longitudine di 32' 12",4. È osservabile che il medio fra qnesto risultato e quello dell' Ecclisse del 1806, rettificato in Germania, darebbe appunto per la longitudine in questione 32' 11",3: pressochè identica a quella, che ho per altre strade congetturata.

Io però son ben lontano dal pretendere che si abbia come esatta questa mia congettura: ma i fatti più solenni ed autentici, di cui attualmente mi trovo al giorno, non non mi portavano a stabilirne alcun' altra più verisimile. Si vedrà poi alla nota *c'* che io medesimo avrei qualche particolar motivo di creder questa longitudine alquanto più forte, e presso a poco quale viene assegnata da *Zach* e dalla *conoscenza* dei *tempi*. Ma comunque ciò sia e indipendentemente da tutto l'esposto giro di raziocinj, che forse potrebbe comparire anche troppo studiato, mi è altrettanto facile il dimostrare per altra via il plausibile accordo che regna fra le longitudini di Tranchot e le mie: confrontando cioè non le longitudini assolute, ma le loro respettive diffe-

renze: che è quanto dire riferendole non più al Meridiano di *Parigi*, ma a quello di uno dei quattro luoghi da noi determinati in comune: con che l' influenza dell' errore probabile nella posizione di Pisa, e in quella pur di Firenze, quando vi sia, viene ad esser visibilmente eliminata del tutto. Sia dunque quello di *Populonia* il prescelto Meridiano di rapporto, siccome più orientale degli altri. Le longitudini degli altri tre punti riferiti ad esso saranno

	di *Tranchot*	*Nostre*	*Diff.*
per *Portoferrajo*	8′ 24″	8′ 27″,3	3″,3
per lo *Zenobito*	40 27	40 33 ,5	6 ,5
per la *Gorgona*	35 49	35 51 ,8	2 ,8

D' altronde bisogna ben rammentarsi quanto ho già riferito alla *pag.* 13. della mia memoria sulla posizione di Volterra, Samminiato e Fiesole, cioè che nella stessa longitudine del celebre osservatorio di *Greenwich*, conclusa da quella di Parigi con due delle più accreditate e rigorose triangolazioni, si ebbe dall' una all' altra un divario che salì fino a 43″. Ma oltre questo e molti altri esempj notissimi di simil genere, ecco quanto il Chiarissimo Sig. Barone Zach, con lettera del dì 26. Aprile 1817 direttamente mi scrive come avvenuto a lui stesso in Italia; mentre, stabilir volendo la posizione di Genova, ebbe luogo di confrontar le sue osservazioni Astronomiche instituite in quella Città, con le operazioni Geodetiche eseguite nella Lombardìa e nel Piemonte dagli Astronomi di Milano, e continuate fino a Genova dagli Ingegneri Francesi : *Les Astronomes de* Brera *ont fait en* 1796 *une triangulation qu' ils ont portée jusqu' a* Tortona*: Les Ingenieurs français en ont faite une qu' ils ont conduite*

de Génes *jusqu' à* Tortona. *Ie m' en suis servi pour lier l' Obervatoire* de Brera *avec le mien ici à* Génes, *dont j' ai determiné la latitude avec grand soin*, et j' ai trouvè une difference de 3″,6 *pour la longitude.* Lungi però dall' affannarsi per questa differenza, sembra anzi che si chiami in certa guisa contento di non averla trovata anche maggiormente forte e sensibile: poichè mi soggiunge: *En me servant de cette mesure comme d' une mesure de degré (ce qu' elle n' est pas) je trouve le degré du Meridien , a la latitude de* 44° 55′ 56″=57049 *Toises. Mais dans l' hypothese de l' applattissement de la Terre* 1 : 310 , *ce degré devrait être*=57006 *Toises . Donc difference ou erreur* 43 *Toises . Je m' en console , et je vous invite d' en faire autant pour votre compte; car je vois que le degré mesuré entre Montjouy et Formentera donne un tout autr' erreur que le notre, savoir, un applatissement de la terre a l' Equateur et non aux poles !* riflessione savissima e molto opportuna: poichè se i Francesi, e aggiungerò, se gli Inglesi, ad onta di sì gran treno dato alle loro celebri operazioni, si son trovati in ultimo implicati in quel paradosso, doveva Egli maravigliarsi, doveva molto più maravigliarmi io di non essere andato esente da errori di tanto minor rilievo e tanto meno contradittorj ed opposti alle più conosciute Teorie? Vero è che al certo dal canto mio, non deve ciò attribuirsi ad una maggior diligenza , e molto meno ad una maggior destrezza o abilità : ma sibbene *o* al puro caso o alla mancanza di buoni ed assoluti riscontri Astronomici, i quali se avessi in quelle parti tentati , si sarebber forse palesate nel mio Operato le stesse rilevanti contradizioni . Anzi farò schiettamente vedere alla nota

c', che alcun poco ho io pure da temere a questo proposito per parte della latitudine di *Pisa*, che dalla triangolazione non è risultata, almeno fin qui, tanto conforme quanto bisognerebbe con le osservazioni celesti. E quando per una combinazione straordinaria e singolare avessi trovata in vece una sufficiente corrispondenza, restava sempre da decidere se ciò dovesse attribuirsi a maggior bontà o a maggior vizio dell' operazione. Poichè dove si cade da tutti e con tutti i mezzi da sostenersi, è gioco forza che niuno speri sorreggersi, specialmente se al par di me si manchi d' agio e di bravura. Un resultato che apparisca, senza sapersi il come, molto più felice dell' ordinario, oltre gli errori comuni ed inevitabili, ne conterrà di soprappiù molti altri suoi particolari e proprj, che non compariscono, perchè appunto han servito all' eliminazione dei primi. Quindi è che lungi dal perdermi d' animo per le dissensioni leggerissime che corrono fra Tranchot e me, dovrei anzi temere che un tanto notabile avvicinamento non sembrasse agli occhi altrui un fatto anche troppo singolare: e siccome appunto prova troppo, terminasse infine col non persuadere, e far supporre doppiamente viziosa e condannabile la nostra operazione.

s

Non credo di far torto al Sig. Tranchot se mostro diffidar del suo Azimuth e non del mio: poichè io conosco assai bene questo e niente quello; e posso giustificare che il mio, o per meglio dire l' azimuth di cui faccio uso, o non ha errore o ne ha soltanto quel poco che nulla può giungere ad influire sulla qualità dei risultamenti in questione. Nella mia memoria intorno la posizione di Pistoja e Prato ho già riferito, che quest' azimuth ap-

partiene in prima origine al Chiarissimo Zach; e tanto basterebbe per riguardarlo senz' altro come in ogni parte eccellente. Ma siccome non altro ne diedi in quel luogo che un semplicissimo accenno, non sarebbe in tutto fuor di proposito, che usando di quella libertà, in cui mi pone la natura di queste mie addizioni, ne dessi qui un più ampio ed esteso ragguaglio: tanto più che si tratta di un elemento da cui molto dipende di quanto sopra queste materie Geodetiche ho già pubblicato, e di quanto vo adesso discutendo nel presente ragionamento. Ma per non interromper di troppo il corso delle attuali note, nè stranamente intersecarle di tavole e di tipi numerici, riserberò quest' interessantissima esposizione al termine di quella dei miei angoli e dei miei triangoli, sul fondo del presente Opuscolo, e ve la riporterò quale appunto venne distesa dall' Autore e da esso lui comunicata all' insigne e benemerito mio Precettore il fu P. Gaetano Del-Ricco delle Scuole Pie, amicissimo suo, soggetto d' infinito credito e nome, e cui sommamente deve la nostra Toscana per le fatiche letterarie e scientifiche sostenute, per l' opere a benefizio dell' indigente Gioventù pubblicate, e per la nuova vita e forma che con l' attività, zelo e vasta Dottrina sua è giunto a dare all' Osservatorio Ximeniano nelle Scuole Pie di Firenze. E poichè alla ricerca dello stesso azimuth si sono dipoi successivamente applicati per loro diletto e genialità i miei due bravi allievi Sigg. *Del Nacca e Pedralli*, e hanno ottenuti dei soddisfacentissimi risultati, riunirò colà anche i tipi di queste pregevoli fatiche, con tutto quel maggior dettaglio che crederò necessario, perchè meglio e più intimamente se ne co-

nosca il valore.

A queste aggiungerò pure un' osservazione del genere stesso fatta meco insieme dall' egregio Sig. *Giuseppe Pedralli*, il dì 3. novembre dello scorso 1817, dal Campanile di una piccola sì, ma amena borgata, nell'estreme colline della *Valdera*, conosciuta col nome di *Santopietro*. Io tentar volli quell' Azimuth, in quanto che mi si presentò fortunatamente l' occasione ben rara in quei luoghi, in quella stagione, e su quell' ora sì avanzata del giorno, di un chiarissimo tempo; ero di più in un punto sufficientemente prossimo alla nuova base, e quanto bisognava distante dall' antica; ed avevo fortunatamente meco un egregio *Cronometro* di *Luigi Berthoud*, di proprietà dell' Osservatorio Ximeniano, cui fu procurato dall' industrie dell' Astronomo P. Del Ricco, che lo ebbe come cosa sceltissima e di sommo pregio dalle mani medesime di *Lalande*. Questo è quello stesso Cronometro di cui parla *Lalande* nella Storia Astronomica del 1805. All' epoca del 3 novembre, non ne conoscevo più l' equazione, poichè le cure gravissime della misura della Base di fresco eseguita, mi avevano impedito di tenerne registrato in regola l' andamento. Col mio piccolo Teodolito, presi in vero a concluderla nella sera medesima all' antichissima *Badia* di *Morrona*, punto distante di circa 5 miglia da *Santo Pietro*, ove dopo le sofferte fatiche prendevo da qualche giorno lieto riposo presso l' ottimo mio congiunto Monsignor Giuseppe Gaetano Incontri Vescovo di Volterra, attual proprietario del luogo. Ma fu piuttosto una velleità, che un regolato e sano discernimento ciò che mi spinse a quell'inconcludente operazione: poichè io non aveva termometro di gran fiducia e man-

tavo affatto di barometro, nè poteva per conseguenza determinar con accuratezza le refrazioni. Le nuvole comparse a turbare il Cielo nella susseguente mattina mi tolsero altresì qualunque possibilità e speranza d' osservar le *Altezze corrispondenti*; onde per trar qualche profitto dalle Osservazioni di Santopietro, che potevano rendersi interessanti, non altro partito mi restò che di sollecitar, come feci, il mio ritorno a Firenze, per venire in conoscenza del moto e dell' equazione del Cronometro, sul confronto dell' eccellente pendolo regolatore di *Kendall*, che esiste nel Reale ed Imperial Museo. Ma il tempo che per alcun poco si raggiustò, mi permise di procurarmi in una maniera più diretta questi elementi dalla mia Specola, con osservazioni immediate al Canocchial dei *Passaggi* nel modo seguente:

	α Andromeda		γ Pegaso	
	6. Nov.	7. Nov.	6. Nov.	7. Nov.
Filo I	9^{or} 0′28″,0	8^{or} 56′29″,2	9^{or} 5′24″,0	9^{or} 1′25″,6
II	0 56 ,0	56 58 ,0	5 49 ,6	1 51 ,6
III	1 25 ,6	57 27 ,2	6 16 ,4	2 18 ,0
IV	. . . . .	57 55 ,2	6 42 ,0	2 44 ,0
V	2 21 ,6	58 25 ,6	7 8 ,0	3 9 ,6

Orli del Sole 7. Nov.

Filo I	II	III	IV	V
23^{or} 46′56″,0	47′22″,0	47′49″,2	48′14″,8	48′41″,2
23 49 11 ,6	49 37 ,2	50 4 ,0	51 30 ,5	51 56 ,0

Debbono tutte queste Osservazioni esser corrette dall' effetto della deviazione del *segnale* Meridiano, che sull' Orizzonte si trova esser di 21″ in *arco* all' Oriente. Debbon di più valutarsi le distanze ineguali del *filo* medio

del micrometro ai quattro collaterali, che sull' equatore *in tempo* sono di 50'',7 al 1° filo, di 25'',3 al 2°, di 25'',2 al 4°, di 49'',7 al 5°. Dopochè prese le posizioni delle due stelle dal nuovo Catalogo di *Piazzi*, e quelle del Sole dell' Effemeridi di Milano, si troverà per equazione del Cronometro al momento delle respettive culminazioni

il dì 6 Nov.	dall' α Andromeda	-5'8'',21
	dal γ Pegaso	5 7 ,78
il dì 7 Nov.	dal Sole	5 5 ,84
	dall' α Andromeda	5 5 ,64
	dal γ Pegaso	5 5 ,30

e quindi per l' andamento del Cronometro

dall'α Andromeda, in accelerazione	2'',57
dal γ Pegaso	2 ,38
medio	2 ,47

Colla quale accelerazione, dalle 5 equazioni sopraccennate ne proverrebbero le tre seguenti, ridotte al primo passaggio d' Andromeda

	-5' 8'',21
	5 7, 69
	5 7, 37
media	5' 7'',76

La concordia di queste tre equazioni prova senza contrasto e la bontà delle osservazioni e la regolarità del Cronometro, almeno in tutto quel giorno. Fu danno, che il tempo nuovamente turbato non mi permettesse di proseguire ulteriormente questi riscontri: del che per altro non molto mi dolsi allora; poichè dopo tanti anni di prova credevo di conoscer bastantemente l'indole di quell' eccellente orologio, solito a non a cangiar sensibilmente di moto, se non nel tratto di moltissimi giorni. Ed infatti

il dì 28 Novembre avendo avuto occasione di farne un novello esame trovai il suo acceleramento di 2",8; e il dì 21 Gennaio dell' anno corrente nella circostanza di dover ripeter queste medesime prove per esercizio ed istruzione dei Giovani principianti, lo trovai di 2",0. Supposi egualmente, che poco o nulla fosse egli stato sensibile al moto della vettura; del che nella passata estate avevo avuto in un viaggio di più giorni un assai convincente argomento. Con questa fiducia, partendo dai pochi sopraesposti dati, e attribuita a *Santo Pietro* una longitudine di 33' 20",9 in *tempo* quale mi proveniva dalla mia Triangolazione, conclusi per l' equazione del cronometro, al principio dell'osservazione dell'Azimuth 7'36",7. In quell'operazione scelsi per oggetto terrestre l' angolo o spigolo Grecale dell' Osservatorio di Pisa: non però con molta accortezza; poichè meglio e più facilmente avrei potuto operare, preferendo un punto più prossimo all' altro del tramontare del Sole, più eminente e vistoso, e non tanto imbarazzato quanto quello dagli ornamenti architettonici, che, da una non molto grande distanza, difficilissima e al maggior segno equivoca ne rendono l' osservazione. Nondimeno le osservazioni benchè assai numerose, benchè distinte in moltiplici serie, si son trovate molto concordi; indizio dell'abilità e del buon metodo dell' operatore. Ma frattanto l' Azimuth di Pisa che ne è risultato differisce intorno ad un *minuto primo* in eccesso da quello proveniente dalla Triangolazione, e dall' Azimuth osservato a Firenze. Tal differenza non sarebbe per vero dire enorme, avuto riflesso a ciò che si è detto alla nota *m*, e forse dovrebbe dirsi anche modica consi-

derate in astratto le irregolarità che accompagnarono la valutazione del tempo, e che io ho a bella posta sì minutamente circostanziate. Ma è per altro sempre maggiore di quanto avrei dovuto aspettarmi in vista delle particolari qualità del cronometro, e della tanto comprovata bontà della precedente triangolazione. Comunque ciò sia, siccome quest Azimuth, imperfetto qual è, o quale apparisce, mi gioverà non poco a concludere un raziocinio che sono per addure alla nota *c'*, così ho colà voluto dargli luogo con gli altri.

t

Si rende tanto più inverisimile questo supposto, quanto che è ormai troppo noto come difettose sieno state fino ai nostri ultimi tempi le latitudini anche di rinomatissimi Osservatorj. Quelle stesse che si credevano meglio stabilite, han fatta ben diversa mostra di se alla comparsa dei circoli moltiplicatori di *Reichenbach*. Zach trovò erronea di circa 18″ quella di *Bologna*, benchè con tanta fatica e studio determinata da *Zannotti, Manfredi* e *Matteucci*; di 11″ quella di Firenze, stabilita da *Ximenes*; di 22″ quella di Padova dovuta forse a *Toaldo*, oltre quelle di moltissimi altri luoghi, di cui nelle sue tavole portatili della luna ha pubblicate con cura le rettificazioni. E non ostante la riconosciuta perfezione dei suddetti nuovi circoli, come pure delle superbe macchine, che in loro vece si sono immaginate e si adoprano oggidì in Inghilterra, vi è sempre alquanto che temere circa la vera precisione a cui questo difficilissimo Elemento può in oggi condursi. Ne danno infatti un' assai convincente riprova le continue correzioni alle quali da qualche tempo soggiace la latitudi-

ne del celebre Osservatorio di Greenwich. *Bradley* con le sue osservazioni sulla polare la faceva di 51° 28′ 21″,5; *Maskelyne di* 51° 28′ 20″, 7; *Bessel* con più d' *ottomila* osservazioni fatte con due *murali* d' otto *piedi* e con un *settore* di dodici *piedi* la trovò di 51° 28′ 20″, 7; e frattanto M. *Pond* coi suoi recentissimi strumenti la fissa di 51° 28′ 39″, 56. Il Sig. *Giovanni Plana* chiarissimo ed abilissimo Astronomo di Torino si trovò per vero dire fino a mezzo secondo concorde con Zach nella determinazione della latitudine di quell' Osservatorio: ma è poi notissimo che Zach medesimo ebbe per l' Osservatorio di Brera, e col suo circolo moltiplicatore, 3″ più che i celebri Astronomi di Milano col superbo loro Murale di Ramsden.

Tollari è detto in Francese *Tolaré* da Tranchot e da Puissant. Trovo l' ultima denominazione adottata nella carta generale d'Italia di *Rizzi-Zannoni*. La voce Italiana che io ho creduto di dover sostituire è appoggiata alla sicurezza che un basso uffizial Marino me ne diede in Livorno. Giace poi questo punto nelle vicinanze di *Capo Corso*. Tranchot fece altre Osservazioni di latitudine a *Bonifacio* sull' estremità opposta dell' Isola: ma la soppressione generale dei suoi risultati ci toglie la soddisfazione di rilevare fino a qual punto queste Osservazioni combinassero fra di loro e con la triangolazione. Ma in generale non possono non essere state che assai buone e commendevoli queste prime fatiche di un Geometra, divenuto inseguito di tanto nome: e *Lalande* dee averne assolutamente concepita una grande idea, poichè parlandone nuovamente nella *conoscenza dei tempi* dell' an. X, dice apertamente: *ce travail est d'*

un'exactitude digne d'être prise pour modèle, si l'on entreprenait d'en faire autant pour tous les départemens de la France ; ce que serait très-utile.

v

Gl' Inglesi, che ebbero differenze di quattro, sei, e anche dieci *secondi* nelle latitudini Astronomiche e Trigonometriche, nè vollero in verun conto addebitarne la triangolazione, non si guardarono dall' attribuirle interamente alle attrazioni locali, benchè in contrade ove l' altezza dei monti neppur giunge a 500 tese. I Francesi che ne incontrarono delle simili, intesero di averne data buona ragione, con l'attribuirle totalmente ad un error di stima sulla compressione della terra, la quale si trovaron perciò costretti a supporre ora di 1: 150, di 1:148 e fin anche di 1: 149, ipotesi tutte affatto incompatibili coi fenomeni e con le note leggi del peso. Il Sig. *La Place* sciulse anche più arditamente questo nodo Gordiano, con quella famosa proposizione sulla quale è ormai gioco forza di dover tutti quanti noi convenire, cioè „ che *l'Elissoide Terrestre non è un esat-„ to solido di rivoluzione, e che a seconda delle osser-„ vazioni azimuttali già fatte i Meridiani non son pun-„ to simili; e se si paragona il grado di Buona Spe-„ ranza ai gradi misurati nell' Emisfero Boreale „ della Terra, vi è luogo a supporre che i due Emi-„ sferi Boreale e Australe sieno differenti fra loro*. Si veda la *Meccanica celeste* T. II. p. 163.

u

Siccome il celebre *Gio. Domenico Cassini* quello stesso che capo e fondatore si fu della Gloria Astronomica di questa famiglia, nacque in *Perinaldo* paese allora sud-

dito dei Genovesi, così nella volgare opinione la famiglia Cassini si tiene come oriunda dalla Liguria. È però più che certo, ed i dotti ormai ben lo sanno, esser dessa d'origin Toscana e precisamente Sanese. Per mettere in tutta evidenza questa verità, e renderla, più che forse non lo è, chiara e palese fra noi, non altro mi occorrerà che riportar quivi un interessante articolo di lettera, la quale in data di *Siena* 13 Febbrajo 1818, mi ha su questo stesso proposito indirizzata il Padre *Massimiliano Ricca* delle Scuole Pie, Professore abbastanza cognito di quella I. e R. Università, e che sebbene non Toscano ha sempre zelato e zela i progressi della nostra cultura e l'avanzamento del patrio nostro decoro. ,, Molti, egli dice, e al sommo ,, autentici sono i documenti che assicurano a Sie- ,, na e alla Toscana la prima origine e la discenden- ,, za dell' Astronomica Famiglia dei Cassini, i quali ,, per cento e ventidue anni illustrarono l'Osservato- ,, rio Parigino, e furono gli Autori e i Proprietarj ,, in parte della Gran Carta Corografica della Francia, ,, uno dei più grandiosi monumenti di Geografia. Que- ,, gli, che credo ancor vivente, Conte *Gio. Domenico* ,, *Cassini*, l'ultimo della Famiglia che occupò l'impie- ,, go di Direttore dell' Osservatorio, sino alle dolorose ,, vicende del 1793. e che ne fu il ristauratore sotto ,, ogni titolo, pubblicò nel 1810. un Vol. in 4°. di ,, *Mémoires pour servir à l'Histoire des Sciences et a* ,, *celle de l'Observatoire Royale de Paris*, alle quali unì ,, pure la Vita di Gian-Domenico Cassini, il primo, e ,, quello che trasferì la Famiglia in Francia. In fine di

„ questa Vita si hanno due Note o brevi discorsi in
„ forma di appendice, la prima delle quali appartiene
„ al Marchese di *Condorcet*, Segretario dell' Accademia
„ delle Scienze, letta in pubblica Sessione il dì 13 No-
„ vembre 1776, in occasione di presentare all'Accade-
„ mia il Busto di esso Gian-Domenico, scolpito dal ce-
„ lebre *le Moine*. L'eloquente Matematico dice che
„ quell'Astronomo abbandonò l'Italia, benchè sapesse
„ che fra noi „ *ce n'est pas une exclusion pour les pla-*
„ *ces importantes d'avoir perfectionné la raison par l'étu-*
„ *de des Sciences . . . Il savait qu'il y avait peu d'hon-*
„ *neurs, où n'eut le droit de prétendre le* Descendant de
„ ces chevaliers Siennois, *qui avaient soutenu pendant*
„ *plusieurs siècles la Liberté de leur Patrie contre les*
„ *descendans de Charlemagne* „ Alla parola *Siennois* si ha
„ un richiamo alla nota seguente, che per certo appartie-
„ ne all'Editore della Vita, e Autore delle Memorie, ed è
„ del tenore che segue „ *Les Descendans de J. D. Cassini*
„ *ont été réconnus et ont siégé au Sénat de Sienne, com-*
„ *me appartenant à une ancienne Famille Siennoise,*
„ *qui a donné a l'Église plusieurs évêques et Sujets di-*
„ *stingués, entr'autres un Cardinal de ce nom, Archevê-*
„ *que de Sienne en 1426. La promotion d'un second Car-*
„ *dinal Cassini d'Arezzo en 1712, a procuré à J. D. Cas-*
„ *sini l'honneur de recevoir le* 8. *Juin de cette même*
„ *Année la visite de* MM. Humbert *et du* Pére Malle-
„ branche, *députés par l'Accadémie pour le complimen-*
„ *ter à ce sujet.*

„ A queste testimonianze prodotte pubblicamente da
„ uno della Famiglia, in un tempo, in cui tali anti-
„ che provenienze sembravano avere diminuito di prez-

„ zo, le aggiungerò che realmente una Famiglia Cassini Nobile esistè in Siena, appartenente alla Classe, detta in istile diplomatico Sanese *Monte*, e precisamente al *Monte Riformatore*; che il primo riseduto nel Senato Patrio fu *Cecco* di *Cassino* sino dal 1356; che ben presto un altro, *Giovanni* di *Bartolommeo*, ottenne il supremo Magistrato nel 1381. Così trovo registrato al libro di *Balia fogli*. x., libro della maggiore autenticità, che conservasi da questo Archivio Diplomatico. Altra Famiglia Nobile di questo Cognome e che usò l' istessa Arme, apparteneva al *Monte del Popolo*. Finalmente nel 1779. un Marchese *Domenico Giuseppe* di *Giacomo* di *Domenico* Cassini, Maresciallo, venne in Siena da Parigi per rinnovare il diritto di Residenza nel Senato degli *Eccelsi*. Riconosciuti i titoli delle sue discendenze, fu ammesso a risiedere nel Bimestre di Luglio e di Agosto dello stesso anno, come risulta dal Libro *Leoni*, in pergamena xv. *foglio* 61. Vi risiedè di diritto, non come nuovamente ammesso al Ceto Nobile, e così non pagò tasse, e presentò soltanto un pezzo d' argento al Senato spontaneamente, e regalò alla Pubblica Biblioteca l' intera collezione degli Atti e Memorie dell' Accademia delle Scienze di Parigi. Come infatti un Membro di Famiglia, nobilitata in Francia, sarebbe venuto in Siena a ripristinare le antiche sue onorificenze senza documenti sicuri?

„ Quando poi questa Famiglia abbia emigrato da Siena; come il ramo Aretino sia innestato a questa non ò saputo trovarlo, ne credo che sia per il di Lei oggetto, importante questa ricerca. È certo che da gran

„ tempo questa Famiglia viveva in Perinaldo nella Con-
„ tea di Nizza. Là nacque il primo Gian-Domenico
„ Cassini agli 8 Giugno 1625. e poichè in quell' epoca
„ Perinaldo apparteneva alla Repubblica Genovese; co-
„ sì fu come Personaggio Ligure inserito nelle Raccolte
„ degli Scrittori Liguri dal *Giustiniani*, ed Egli stesso
„ chiamato in Bologna nel 1649, pubblicando le sue os-
„ servazioni sopra la Cometa del 1652 e 1663 dirette
„ al Duca Francesco di Modena, si intitola Genovese.
„ Da Bologna fu poi invitato a Parigi da Luigi XIV, e
„ vi andò nel 1669. Da quell'epoca, anzi dalla sua e-
„ lezione alla Cattedra Astronomica di Bologna, l' Isto-
„ ria di questa intera Famiglia si confonde con quella
„ delle Matematiche e dell' Astronomia.

x

I due Cassini ebbero questa latitudine del Fuligatti dal P. *Feroni* della stessa Compagnia di Gesu', e non fecero che applicarvi le correzioni della parallasse e della refrazione. Si vedano le *Memorie dell' Accademia Reale delle Scienze* Tomo VII. Singolare poi si è che le osservazioni immediate del Fuligatti sono assai più prossime al vero delle corrette; avendosi dall'una 43° 20', e dall' altra 43° 19'. Forse vi era stato chi aveva precedentemente fatte queste due le correzioni, e i Cassini malamente le raddoppiarono. Certo è, che *Pirro Gabrielli* riportandole nella sua *Meridiana Sanese* le considera come già perfette, nè muove sospetto alcuno, che bisogno vi sia di correggerle ulteriormente.

y

Fu nel 1703 che Pirro Gabrielli si applicò alla ricerca dell' altezza del Polo Sanese; avendo fatto uso di qua-

dranti di diverso raggio, e di molte osservazioni comparate, da se medesimo istituite nel suo celebre *Eliometro* Fisiocritico, che in oggi giace in vero dire più trascurato, di quelche lo esigerebbe la sua rinomanza. La concordia dei resultati del Gabrielli è maravigliosa, per quanto io gli abbia trovati difettosi in comune.

2

La *conoscenza dei tempi* non comincia a far menzione di *Siena* che nel 1788; e la circostanza di averne trovata la latitudine nelle memorie di Cassini, l' ha fatto credere opera non del Fuligatti, ma di quell' illustre Accademico; e quindi senz' altro esame vi è stata notata con l'asterisco. Questi e simili abbagli non sono per verità molto rari, e sembrano anzi indispensabili, e dirò quasi necessarj, in opere di quel genere, ove la troppo estesa moltiplicità dei soggetti, porta fuori del caso di poter esaminar tutto con la debita minutezza. Così per darne un più recente esempio, allorchè il Chiariss. Zach con 210. osservazioni ritrovò nell' antica latitudine dell' osservatorio di Bologna un errore in difetto di 18″, l'Uffizio delle *Longitudini* di Parigi volle a ragione profittare di questa scoperta; ma in luogo di aggiunger i 18″ all' antica latitudine difettosa, gli aggiunse inavvertentemente alla nuova resa già corretta da Zach; con che quest' Elemento comparve nella conoscenza dei tempi del 1817, 1818, è di nuovo comparso nel 1819, e comparirà forse per qualche altro anno con altrettanto errore in *più*, quanto precedentemente ne aveva in *meno*. In egual modo fino dal 1802, fu, per impulso principalmente degli zelantissimi Astronomi di Parigi, rettificata la longi-

tudine della nostra Firenze: ma si continuò fino al 1812 a riprodurla in quell'Effemeride con l'antico suo errore. Ma più analogia al fatto nostro attuale, relativo alla posizione di Siena, si trova in quello della posizione dell'Isola di *S. Elena*, che il celebre *Maskeline*, in occasione di esser colà per il famoso passaggio di Venere del 1761, imprese a determinare, senza però riescirvi a grado suo, attesa la poca attitudine del settore che seco aveva: motivo per cui egli giammai cosa alcuna sua pubblicò sopra questo soggetto. Ma frattanto M^r. *Mechain* nella conoscenza dei tempi del 1789 dà la posizione geografica di quell'isola, e con pienissima sicurezza l'attribuisce a Maskeline: il che quanto sia per ogni parte inverisimile e insussistente, ben lo prova nell'opera sull'*attrazione delle Montagne* il Ch. Zach, che il primo fu a rilevare e render pubblico quest' aneddoto.

a'

Per evitar qualunque equivoco e per meglio individuare i limiti estremi di queste distanze, stimo importante il notare 1° che a *Monte-luco* si prende per oggetto di scopo o segnale il *mezzo dell' arco* nella muraglia che guarda verso Siena; 2° che per *Borghetto* intendiamo qui il Campanile del Convento di questo nome presso *Tavernelle*, a due poste da Firenze, nella Strada Romana, 3° che rapporto a *Lucardo* invece di riferir le nostre visuali al Campanil della Chiesa, ci è tornato per diversi riguardi più comodo di riportarlo alla banderola della piccionaja della Villa spettante a S. E. il Nobilissimo Sig. Consiglier Cav. *Gio Batista Nuti*, dove noi si fece stazione, 4°: che rapporto a *Montemic-*

cioli antico punto di confine dei territorj Volterrano e Sanese, si è segnalato il centro di quella Torre, non ostante il pessimo e rovinoso suo stato: poichè ne sussiston tuttora ben distinti e marcati, almeno verso del piede, tutti i quattro spigoli. Anzi non dispiacerà su questo proposito che io dia quì conto del modo che pratichiamo, onde fissar con precisione e senza veruna stima arbitraria, l' angolo che un oggetto qualunque fa col centro di una Torre, la quale non termini in punta, e sia sprovveduta superiormente di stile; purchè si trovi ad una sufficiente remota distanza, e possano osservarsene gli angoli in diagonale. Cominciando l'osservazione sopra uno degli angoli, si riporta nella ripetizione il Canocchiale sull' altro; dipoi si ritorna con la nuova osservazione sul primo, e quindi nuovamente sul secondo, e così proseguiamo fino al termine, nella maniera medesima, che suole adoprarsi allorchè si applicano i ripetitori alle osservazioni del Sole. È evidente che il centro viene in questo sistema ad esser colpito con sicurezza, e che le fasi dei Segnali non hanno più che poco o punto influsso sopra le osservazioni.

Anzi io crederei che convenisse usar questo metodo anche per quelle torri, che terminano in punta, o son corredate di stile; qualora o si presuma o si stabilisca, che debbano servire in seguito di stazione. Ciò gioverebbe moltissimo alla maggiore esattezza delle *riduzioni* al *centro*. Infatti è ben raro che sulle torri possa senza rischio portarsi lo strumento fino all'ultima sommità in vista del Segnale, che per lo più sorge tutto intero dall' estrema coperta: ed è altrettanto ben raro, che il

segnale sia situato così esattamente nel centro della torre, che le osservazioni ridotte, siccome si pratica, a questo, possano rigorosamente supporsi ridotte anche a quello. Io anzi m'immagino che molte delle irregolarità le quali si scuoprono nei risultati, abbiano per origine quest'incidente; la cui influenza può tanto meno valutarsi, quanto che nasce appunto dall'ignoranza dei dati, che necessarj sarebbero per prevenirla.

Vero è che anche il centro interno delle Torri è assai difficile a ritrovarsi, e molte cautele esige la sua ricerca. Le diagonali condotte in qualche numero da ciascuno dei canti, spigoli e stipiti interni ed esterni fra di loro opposti, possono indicarlo con qualche prossimità nelle loro intersezioni; e tanto più accuratamente quanto le intersezioni saranno più vicine a coincidere in un punto solo. Resta poi anche difficoltoso il dirigere l'asse ottico del canocchiale verso di questo medesimo centro, onde determinarne l'angolo con alcuno degli oggetti esteriori. Specialmente poi, come è chiaro, si trova molesta al sommo questa necessità, allorchè lo strumento posa sulla sponda esterna della muraglia. Non conosco in tal caso miglior partito, quanto quello di regolar la direzione del Cannocchiale mediante un filo, che dall'oculare vada sul centro, e lungo cui deve il cannocchiale disporsi. Nelle torri rotonde che hanno in alto sportici e gallerie, come nel Mastio di Volterra, e nei Fanali di Livorno e di Portoferraio, e dove perciò l'accesso immediato dai parapetti al centro è impedito dal vivo del recinto interiore, si è praticato di diriger il cannocchiale verso l'estremità di due corde egnali, fatte ambedue partire dal centro della

strumento, e l'una stesa al di quà l'altra al di là del medesimo. È chiaro che l'angolo di un oggetto esteriore qualunque *A* con la direzione di una di queste corde, più la metà di quello che le due corde fanno fra loro, equivale all'angolo dell'oggetto *A* col centro della Torre. Quanto alla distanza di questo centro a quello dello strumento si è desunta dalla misura del perimetro esteriore del recinto, con la quale siam venuti in notizia del raggio, a cui si è poi aggiunta la distanza della parete dallo strumento.

b'

Egli stesso nella precitata lettera meco si lamenta di questo infortunio, dicendomi: *pendant le sejour que j'y ai fait, je n'ai pû observer aucun phénomene Céleste qui aurait pû me servir a la determiner Il y avait bien quelques occultations d'étoiles, et j'y étois attentif; majs le mauvais tems me les avait derobé.*

c'

Dopo aver fatta la misura della nuova base, che forma il principal soggetto di questa memoria, fu per vero dire mia prima cura di gettarmi a determinar l'elemento in questione con la via Trigonometrica, profittando della vicinanza di *Pisa* a *S. Piero* in *Grado*, termine boreale della medesima base, di cui potevo aver facilmente la posizione, deducendola da quella del *Mastio* di Volterra già stabilita. A tale effetto intavolai tre triangoli, che appoggiati al comun lato *S. Piero-Pisa* scendevano coi vertici opposti al *Fanale* di Livorno, al *Mastio* della *Vecchia Fortezza* di quella Città, e alla Torre del *Marzocco*. Di questi però rimasi assai men pago del solito, non avendogli trovati quanto bisognava

esatti nella somma degli angoli; il che debbo forse attribuire alla difficoltà già da me avvertita alla nota *s*, di osservar cioè la specola di Pisa con precisione in una vicinanza sì grande. E siccome non prima del mio ritorno a Firenze ho potuto avvedermi di questo sconcerto, così non sono ancora stato in grado di ripararlo. Frattanto, esaminate in carta le cose, fatta scelta delle osservazioni, esclusa nel primo triangolo quella di Pisa da S. Piero in Grado, comecchè quì più che altrove soggetta alle anzidette difficoltà, concluso il valor dell' angolo corrispondente in esso triangolo da quello della somma degli altri due, e coerentemente a questo nuovo valore corretti gli angoli a S. Piero nei triangoli secondo e terzo, rilevai che il difetto del secondo si riduceva allora o soli 4",9, e che i triangoli respettivamente mi davano per valore del lato *Pisa-S. Piero*

tese 5048,26
5047,83
5049,17

Onde sembrandomi sufficientemente concordi questi resultati, supposi il medio fra loro bastevole a servir di base al desiderato elemento, dentro almeno certi limiti di approssimazione, e finchè non potessi istituire nuove osservazioni. E frattanto ebbi per la cercata *longitudine* 32', 16",0; differente alcun poco da quella congetturata di sopra, ma molto conforme all' altra di *Zach* o per meglio dire della *conoscenza dei tempi*: il che mi fece supporre, che assai meno di quanto in principio sembrava fosse riescita infelice quest'ultima parte della triangolazione.

Ma ciò che dall' altro canto me ne farebbe qualche

poco temere, e obbligar mi dovrebbe a sospenderne l' uso fino ad ulteriori rettificazioni, il divario si è di circa 8'' tra la *latitudine*, che contemporaneamente determinai, del medesimo Osservatorio, e quella che ho già detto essere stata stabilita dal Ch. Zach. È per altro tanto sensibile questo divario, che io non so se le supposte correzioni, per quanto grandi creder si vogliano, si troveranno pui così forti da eliminarlo. Tengo all' opposto, che assai difficilmente otterremo di diminuirne per questa via un solo secondo; non essendo verisimile l' attendersi neppur questa influenza da piccoli errori commessi in triangoli di sì limitata estensione. A qual mai segreta cagione attribuir dunque la parte che resta di tanta disconvenienza? Dirò ingenuamente di non saperla; poichè dal canto mio non posso incolparne nè la precedente triangolazione, nè l' azimuth primitivo, nè la piccola base. Non la base; perchè il riscontro dell' antica con la nuova misura ne ha come vedremo, bastantemente assicurata la bontà. Inoltre essendo gli Osservatorj di Firenze differenti sulo di 3',5 nel senso del Meridiano, l' error della base non potrebbe stimarsi minore, che nel rapporto di 4:100, onde accumulato su tutti i triangoli da Firenze a Pisa facesse infine risultare 8'' più della latitudine dell' ultimo luogo. Di più questo stranissimo errore dovrebbe necessariamente supporsi in difetto: mentre la triangolazione di *Puissant* porterebbe a far credere la nostra base scorretta piuttosto in eccesso. Nun posso incolparne l' azimuth preso a Firenze, del quale ho dati e darò argomenti ben chiari d' irrefragabile certezza. Non posso infine rifunderla sopra la triangolazione anterio-

re, la quale si è troppo ben sostenuta in tanti confronti, ed è stata comprovata con sì gran numero d' ottime ed inappellabili verificazioni : e di cui se non mi credo permesso dire ciò, che già disse *Mudge* della sua, che *non si farebbe lecito di dubitarne nella più piccola parte, neppur per un istante solo*, neppur posso però stimarla di sì poco pregio, da farne dipendere uno sconcerto di sì notabile apparenza; e appena m' indurrei a supporla capace di portarmi, a tanta vicinanza e in quel senso, un dubbio di *uno* o al più *due* secondi. Si rifletta infatti al risultato dell'Azimuth di *Santo Pietro*. Sappiamo, che se in una triangolazione si abbiano dei dissesti notabili, l' Azimuth rinnovato verso l'estremità, l' elemento si è che più notabilmente ne risente, e con più facilità gli discuopre e quindi avviene che i più periti e più profondi conoscitori dell' arte nostra insinuano il ricorso frequente a questo secondo genere di riscontri, onde sempre più restar sicuri della qualità e dell' andamento dell' operazione. E frattanto l' errore o dubbio di circa un minuto, riscontrato nell'azimuth di Santo Pietro, quando pure tutto debba attribuirsi alla triangolazione (del che lascio che ognuno giudichi da se stesso, dietro il minuto ragguaglio che ne ho già dato) è un errore ben poco sensibile, che appella a piccoli e non già a gravi e vistosi sconcerti di triangolazione ; che lungi dal servir di condanna alla nostra ne forma anzi una qualche specie di difesa, e d'appoggio ; ed è tale insomma, che introdotta la correzione corrispondente nel calcolo della latitudine controversa, non altra variazione vi porta, che di soli 3 decimi di secondo.

Ma se difficilmente ritrovar potrei la sorgente di questa discordia nell'operazioni mie, molto meno dovrò cercarla in qualche negligenza o svista scorsa all' immortale Astronomo, con cui fatalmente mi trovo in dissensione. Perchè si conosca appieno quanto poco debba intorno a ciò dubitarsi di lui, e quanto sia grande il prezzo e valore da darsi alla sua determinazione, riporterò sul fine della presenta operetta quanto su questo proposito ho di lui attualmente alle mani, cioè il disteso delle osservazioni fatte in Firenze, e un estratto di quelle di Pisa, e in tutte si osserverà che niente lasciano in vero da desiderare, e che seco portano improntato al vivo il carattere della diligenza, del genio e della conosciuta straordinaria abilità di un tanto uomo, che sommo sempre si mostra in qualunque sua applicazione.

Per tentare un qualche mezzo di ravvicinamento avrei voluto porre anche in calcolo l' attività delle attrazioni locali e in Firenze ed in Pisa, le quali attesa la diversissima giacitura dei due paesi, l'uno sepolto in fondo ad un angusta valle quasi da ogni banda socchiusa, l' altro con ispide montagne alle spalle, e con di fronte un' ampia pianura stesa fino al mare, sembrava a me che esser potessero sensibilmente differenti. È noto, che a questa stessa ultima tavola di salvamento ebbe pur ricorso anche *Mudge*, allorchè si trovò inviluppato in un consimil vortice di contrasti; e sebbene nei diversi casi particolari non mostrasse poi gran fiducia in questo compenso, si palesò peraltro inclinato a supporre, che le operazioni fatte in prossimità del mare non debbono condurre a risultati così certi quanto quel-

le eseguite nelle parti più internate nel continente. Ma quantunque le differenze di Mudge giungessero collettivamente a 8″, e talvolta anche a 10, ripartite poi in tutta la lunghezza dell'arco non arrivavano appena che a 2 o 3 secondi per grado: erano per conseguenza minori assai della mia, e quindi per darne qualche ragione era lecito di porre in campo anche le minime cause. Quindi è che il Ch. Zach, da me consultato su questo stesso proposito, non seppe divider meco quest' opinione: e mi suggerì francamente d' immaginar piuttosto un qualche difetto nelle osservazioni Astronomiche, per colpa non d'altro che di quell' inevitabile impossibilità, in cui è e sarà sempre l' uomo di estendere illimitatamente la forza dei sensi suoi, e aver delle macchine che realmente tocchino l'estremo confine della perfezione. *Quant à la différence*, sono sue parole, *sur les latitudes astronomiques et Géodesiques de Pise, je n'en suis pas si étonné que vous; puisque je pense, que nous avons encore aucun Instrument et aucune addresse pour observer et trouver une latitude à 3 ou 4 secondes près*. Bisogna rammentarsi che questo è anche il sentimento stato altre volte espresso da Mudge: e oltre a quanto d' analogo abbiamo già riferito alla nota *m*, può aggiungersi che il Ch. P. Piazzi fa ascendere per lo meno a 3″ l'error probabile del suo celeberrimo cerchio, costruito da *Ramsden*; che per due volte egli ha cangiata, e fino di 4″, la latitudine di *Palermo*; e che le differenze fra quel cerchio e quello di *Pond* salgono fino a 7″, quantunque macchine siano queste della più esimia riputazione, e le sole forse che nel loro genere star possano in qualche competenza coi circoli

di *Reichenbach.* Due o tre secondi di dubbio, che dunque si ammetta nell'osservazione di Firenze, altrettanto all'incirca, ma in contrario senso, su quella di Pisa, qualche poco che se ne attribuisca all' irregolarità dell'arco e della figura della Terra, si farà facilmente un tal cumulo d' incertezze, da equivalere a quella di cui si è fin qui ragionato; onde poco resterebbe da sospettarsi per parte della triangolazione. E quando pure, come prudente e convenevol cosa sì è, voglia diminuirsi alquanto il dubbio delle osservazioni Astronomiche, basterà solo che se ne lasci in vigore una qualche piccola parte, perchè fatte le corrispondenti detrazioni, resti in addebito della Triangolazione un errore per ogni riguardo tollerabile.

È per altro un fatto ben singolare, che io mi sia più avvicinato a Tranchot nella latitudini di Populonia, di Portoferrajo e dello Zenobito, di quello che a Zach nella latitudine di Pisa. Si aggiunga che partendo da quella che Tranchot assegna al Fanale di Livorno, dal Triangolo Fanale-Pisa-S. Piero avrei un resultato medio fra quello di Zach ed il mio, ed anche alcun poco più prossimo a quello che a questo: onde se questo è da riguardarsi come ottimo, l' altro che tanto vi si avvicina lo sarà poco meno; buone dovran dunque credersi anche le determinazioni di Populonia e di Porto-Ferraio e dello Zenobito, buona la triangolazione che le ha stabilite, e buona ancor dunque la mia che tanto si è avvicinata a quella in punti così lontani dal respettivo centro di partenza.

È bensì vero che le mie latitudini, tanto rapporto ai tre punti or or rammentati, quante quelle della Gor-

gone, di Livorno, di Pisa, e anche di *Castiglioncello* (altro luogo del nostro Littorale, che oggi ho comune con il *Sig.* Tranchot) sono tutte più alte; e maggiormente lo sono nei punti più prossimi al parallelo Fiorentino, che nei più lontani. Ciò si potrebbe spiegare con supporsi un errore in eccesso nella latitudine Fiorentina, ed un altro della medesima qualità nella base; essendo evidente che questo secondo, coll' avanzarsi della triangolazione nel senso del meridiano, tenderebbe insensibilmente a distrugger l'effetto del primo. E di fatti anche dalla triangolazione di Puissant si è veduto provenire il sospetto, che il valor della nostra base superi alcun poco il vero; ma credo di aver ormai con tante ragioni addotte, e fatti annunziati, ribattuta quanto basta quest'indebita accusa; la quale, torno a ripetere, sempre più si mostra insussistente dopo il riscontro della nuova base. Quanto poi alla latitudine di Firenze, ho detto non appartenere a me, ma al Barone di Zach, che la determinò con gli stessi mezzi che quella di Pisa. Se deve sospettarsi di quella, deve dunque sospettarsi anche di questa.

È anche singolare che la longitudine sia venuta più conforme alle determinazioni Astronomiche della latitudine. Ma comunque ciò sia, e ad onta dei motivi che io forse avrei, di non dubitare del mio operato, anche in ciò che riguarda Pisa, mi propongo fin d' ora di ritornar di nuovo su questa ricerca, e di accumulare quanto più prima potrò nuovi riscontri e nuove verificazioni dopo di che, darò esattamente conto di quanto mi avverrà d' ottenere, facendone soggetto d' altro mio scritto.

d'

È d' ignoto autore, come lo è la vasta annessa Chiesa, cui peraltro si attribuisce un' antichità più remota, e che risale almeno al secolo X. L' opera d' ambedue è in quadro, mista di pietre e marmi. Si riscontrino sull' uno e sull' altro interessante edifizio gli Scrittori tutti delle Pisane cose, i quali molto e a ragione si occupano di sì celebre Santuario; specialmente perchè una piissima, costante e molto fondata tradizione lo vuole eretto in memoria dell' essere ivi approdato il *Principe* degli *Apostoli*, allorché venendo da *Antiochia* a *Roma*, toccò per la prima volta l' Italia. Non è niente inverisimile, che in quei remoti tempi il mare si estendesse fino a quel punto. Il fortino che in epoca tanto posteriore fu fabbricato sulla bocca estrema dell' Arno, ne è oggi distante quasi di un tiro di bombarda. Il nome di *Grado* o *Gradense* deriva forse dai Gradini che esser dovevano a quello scalo.

e'

Dopo il felice esito dell' operazioni di questo sì celebre Astronomo intorno a Marsilia, e le delicate e dotte conseguenze che ne ha concluse, dovevo credermi in tutto e per tutto permesso di seguitarne il sistema, benchè differente alquanto (e in special modo nel materiale dell' aste) da quello praticato nelle più moderne misure. Tutto il di più che si fosse introdotto nei nostri apparati, sarebbe stato sproporzionato al nostro oggetto; e più avrebbe servito alla pompa, di quello che a condurci al punto di precisione che a noi conveniva.

f

. Nel Real Museo di Fisica di Firenze si ha un *metro* di ferro portatovi nel 1799 di Francia, dopo compiuta la celebre commissione dei *Pesi* e *Misure*. Vi si possiede inoltre la famosa *Tesa del Perù* lasciata da *La Condamine* nel 1756, allorchè quest' illustre Accademico Francese, fece di quà passaggio tornando dalla misura del Grado Equinoziale. È dessa costruita di due ben levigate e ammorsate verghe di Ferro, divisa in piedi, pollici, linee e frazioni di linee, per mezzo di trasversali o diagonali Ticoniche. Su questi campioni e su quello del *Passetto* o misura di Braccia due Fiorentine, prescelto ai tempi del Granduca Leopoldo, e notissimo fra di noi, la *Deputazione* stabilita a quest' effetto in Firenze sotto il cessato Governo, e composta dai Chiarissimi Sigg. *Fabbroni*, *Ferroni*, *Malaspina*, *Del Ricco* e *De Baillou*, concluse il rapporto del Braccio alla Tesa e al Metro, e delle misure tutte Toscane alle Francesi; assistendo e prestando l' opera sua l' abile Macchinista Sig. Felice Gori, lo stesso che ha servito ancor me per collazionare con gli stessi metodi di precisione la lunghezza delle mie tre grandi pertiche con quella del braccio. Il braccio Fiorentino chiamato a *panno* per distinguerlo dall' altro di misura diversa che chiamavasi a *terra*, equivale in misura antica Francese a 1 *pie*:, 9 *pol*:, 6 *linl* e 0,719; e in misura moderna a *metri* 0,583526. Oppostamente il metro è di 1 *braccio*, 14 *soldi*, 3 *denari* e 0,222. Braccia 2833,333, compongono il Miglio nostro Toscano. Si vedano circa tutti questi articoli le elegantissime e dettagliatissime tavole di riduzioni costruite dalla dotta Deputazione summentovata, e pubblicate in *Firenze* nel 1809.

g'

Se mi potessi creder permesso di annunziare il mio particolar sentimento, francamente direi che, alla sola instabilità del terreno, e dei sostegni, su cui talora posavasi il Teodolito, tutta intera debba attribuirsi la falsa apparenza di questo sconcerto. E tale era ancora l' opinione dei miei avveduti compagni. Infatti questo disordine non ebbe mai luogo in tutti quei casi, nei quali le predette cause mancavano; come allorchè in ultimo si lavorò sul sodo della pubblica strada, o allorchè si potè situar lo strumento sulla sua base naturale; nè occorse, come altrove, di tenerlo elevato su dei palchi, espressamente inalzati, per portarlo all'ordinario livello dell'aste, e indirizzarlo verso il segnale primitivo di *Stagno*. In tal caso si sarebbe pregiudicato al buon sistema, regolando il nuovo punto di partenza secondo l' accenno del Teodolito; del che per verità non potrei disconvenire. Ma il pregiudizio è al minuto, e tanto ben ricompensato dalla diligenza che si portò in tutto il restante, che non solo superfluo, ma affettato e inconcludente sarebbe qualunque rigore usar si volesse nel valutarlo.

h'

Impiegammo un mese preciso in tutta quanta l' operazione, avendole dato principio il dì 22 Settembre, e termine il dì 22 Ottobre. Esclusi però quattro giorni festivi, e due piovosi, può valutarsene la durata di giorni 24. Vero è che non tutto questo tempo si deve computar consumato in attività di lavoro. La necessità di dover portarci ogni sera a Pisa o a Livorno, e di là ritornar la mattina sui diversi punti del luogo, ci faceva impiegare in gite e in trasporti considerabil parte delle nostre giornate.

Ordinariamente non si lavorava che 6 in 7 ore per giorno. In soli 18 giorni fu dagli Astronomi di Milano compita nel 1788 la lor misura di tese 5130; della quale si ha un elegantissimo ragguaglio nell' Effemeridi del 1794. Nella gran base di *Melun* servita per lo stabilimento del Metro, lunga tese 6074,6 furono impiegati 45 giorni non interrotti. Quasi altrettanti ne vennero impiegati in quella di *Perpignano*, e 49 giorni in quella di *Salysbury* in Inghilterra; nè meno potevano consumarne quelli espertissimi Astronomi, trattandosi di operazioni dirette ad oggetti della più sublime importanza. Quei primi e più antichi Accademici di Parigi, i quali stesero fino ai Pirenei la gran Meridiana Francese, si disimpegnarono con rapidità sommamente al certo maggiore nella misura dell' immensa loro base di tese 9363, la più lunga di quante ne sono state misurate dipoi. L' ultimarono in soli tre giorni e di più nel tempo men favorevole, cioè nel *Gennajo*, e mentre spirava un tormentoso e freddo vento settentrionale, che molto, al dir loro, ne sturbava e ritardava le operazioni. Ma non si è poi trovato, chi abbia voluto prestar piena e sincera fede ai loro resultati, e venne proibito di fidarsene agli stessi Ingegneri del Catasto Francese.

i'

Quest' idea risale e si ricongiunge all'altra, che intorno alla poca necessità di una lunga misura ho diffusamente esposta in principio. E la felice applicazione che nel caso attuale ne ho fatta, può convalidar sempre più la sussistenza della mia opinione su questo proposito.

k'

Che sarebbe dunqne avvenuto se tutto fosse andato in

sistema, e con quell' ordine stesso che ebbe luogo nei primi due tronchi? Resta quindi plausibilmente verificato che con la sola triangolazione, quando sia ben sistemata e condotta, può supplirsi nella valutazione di una base alla misura stessa effettiva. Ma ormai non mi conviene insister di più in queste mie riflessioni: che forse all' epoca nella quale sto scrivendo son doppiamente inutili o vuote di oggetto: sia perchè niun altro lavoro di questo genere si tenterà verisimilmente fra noi, sia perchè ancora il chiarissimo Zach, contemporaneamente a me, si è nel decorso Ottobre occupato della stessa precisa indagine, di abbracciare cioè e ristringere in più moderato giro i tedj e i pericoli di una lunga misura. Ben presto vedremo in luce i frutti di queste ricerche, che piene saranno e ridondanti d'invenzione e di accuratezza, al pari di tutte le altre spettanti a questo luminare insigne della moderna Astronomia. Ecco ciò che me ne scrive Egli stesso con lettera del 13 Dicembre: *je ai mesuré une base de 4 mille metres entre* Rivarola *et* Teggia, *selon un nouvelle méthode, differente de ce qu'on a pratiqué jusqu'à present, ce qui a complétement reussi. D' après cette méthode je mesure une base de 10, 20, 30, 40 mille ec.... Toises par dessus les montagnes, rivieres, brousailles ec..... sans obstacles et en très peu de tems. J' en ai mis beaucoup à ma Base, mais c'est que je l'ai mesurée de deux manieres selon l'ancienne, e selon ma nouvelle méthode pour en faire l' experience; mes différences n' étaient que dans les millimétres. Selon ma méthode, on peut mesurer une base de 10 mille toises très commodément en quinze jours, tout au plus en trois semaines. Je rédige maintenant un memoire sur cet objet, dans le quel j'*

explique non seulement cette méthode tout au long, mais j' en fais voir l'heureuse application, et la reussite complette dans la pratique, et dans ma base de 4 mille metres. Comme je destine ce Memoire pour l' impression ec. . . . .

V

Oltre le prove numerose e i riscontri che ho riportati nella mia memoria sopra la posizione di Volterra, moltissimo giovar deve a convalidar nell' opinione pubblica la bontà di queste distanze il seguente onorevole testimonio, resomi dal Chiarissimo Zach nella più volte citata lettera, scritta da Genova: *Vos distances vont à merveille, et peuvent soutenir toute comparaison avec les travaux des étrangers. Votre distance principale de* Doccia *à* Pietramarina *ne laisse rien à désirer, et prouve incontestablement que vos travaux ne sont nullement inférieurs à ceux qui ont été faits avec des moyens bien supérieurs aux votres. Vous auriez même pu multiplier ces preuves, et j' ai eu la curiosité de le faire, puisque vous m' avez si souvent engagé, même pressé de juger sévèrement votre Travail. Je l' ai donc fait, je ai vérifié plusieurs de vos distances par différens Triangles, et voici ce que j' ai trouvé*

La distance de Volterra *à* S. Miniato *par cinq différens triangles*

15999^{t},31
15999 ,72
15999 ,53
16000 ,21
15998 ,89

La distance de S. Cassiano *à* Pietramarina

11269^t,92
11270 ,07
11270 ,55
11270 ,79
11271 ,33

La distance de Doccia *à* S. Cassiano

10414^t,50
10414 ,30
10414 ,51
10415 ,30
10415 ,77

La distance de Pietramarina *à* Volterra

22763^t,56
22763 ,68
22764 ,20

En verité, on ne pourrait exiger un accord plus parfait et plus satisfaisant, s' il s' agissait d' une mesure de degrés. Vous avez, au reste, exposè toutes vos opèrations avec une si grande clarté, avec une si grande candeur, vous avez donnè tous les élements de vos travaux, qu' il est facile de vèrifier, et de controler tous vos resultats à qui voudra l' entreprende.

m'

Effettivamente vi è qualche cosa d'incerto nel triangolo Volterra-Cascina-S. Piero in Grado, la somma dei cui tre angoli abbiamo già detto essersi trovata erronea di 8 secondi: e il dubbio ricade tutto sull' osservazione di Volterra a S. Piero in Grado, fatta sul tardi, mentre pochissimo illuminato si era, e inviluppato di più fra qualche nebbia, quel remotissimo oggetto; e noi in-

comodati inoltre da un freddo e nojoso vento. Se questa osservazione si esclude, e l' angolo Volterra-Cascina a S. Piero si deduce dagli altri due, troveremo in ultimo per lato *S. Piero-Stagno* dalla seconda rete tese 4488,51. L' altro essendo dunque 4488,76, il medio verrà 4488,64, differente di soli 0,31 di tesa dalla misura.

OSSERVAZIONI

D'ANGOLI

fatte col Teodolito ripetitore di

REICHENBACH

rammentate nella precedente memoria
e sue addizioni

Essendo le osservazioni di cui trattiamo intimamente legate con l'altre già pubblicate in due mie memorie, l' una relativa alla posizione di *Pistoja* e *Prato*, l' altra a quella di *Volterra*, *S. Miniato* e *Fiesole*, ho creduto bene di disporre queste in tal modo, che compariscano come una continuazione di quelle. Quindi io proseguirò con lo stesso metodo e con le stesse cifre *Romane* la numerazione, che nella seconda memoria terminò al numero *CCXXXVIII*, e che quì comincerà dal numero *CCXXXIX* L' istesso sistema adotterò in progresso per la numerazione dei triangoli, sempre segnata in addietro coi numeri *arabici*: il tutto per e-

vitar la necessità di riprodur di nuovo osservazioni e calcoli già pubblicati, e toglier la confusione, che diversamente s'insinuerebbe nelle citazioni e nei richiami.

Gli elementi e dati che quì da noi si riportano, sono quasi che sempre estratti dai nostri giornali, tali appunto, quali originariamente vi furon gettati, e vi giacciono. Talvolta però hanno subita qualche piccola trasformazione, che senza alterarne in niente la naturale ingenuità, ne rende più facile e men composta l'esposizione. Ho già detto alla pag. 35 della mia prima memoria, che non sempre l'angolo fra due punti, che entrano come oggetti in qualche triangolo, è stato osservato immediatamente: ma che dipende dalla combinazione di un maggiore o minor numero d'altre osservazioni intermedie, collegate in giro fra loro. Tutte le volte che in ciascuna di quest'osservazioni il numero n delle ripetizioni è stato serbato costante, in tal caso, senza l'obbligo di passar per tutti i valori interposti, può sempre aversi quello dei punti estremi, dividendo per n l'arco totale percorso, spogliato però di tutte quelle rivoluzioni che posson giudicarsi non convenire all'ampiezza dell'angolo ricercato, siccome precisamente avvertii nel precitato luogo. Ma se o per necessità, o per inavvertenza, il numero delle ripetizioni non si è conservato uniforme, in tal caso o è in-

dispensabile il richiamo di quei punti nei quali è accaduta simile irregolarità ; o se questo vuole evitarsi , siccome si è creduto bene di usare negli annessi prospetti , si può allora sicuramente procedere secondo il seguente principio » Supposto *A* l' arco totale percorso, *a* » *b* , *c* , *d* . . . . *z* gli oggetti osservati , *n* il » numero medio delle ripetizioni, *r*, *s*, *t*, quel» lo delle ripetizioni praticate sugli archi *ab*, » *bc* , *cd* , ec, a' , a'' , a''' ec il valor medio o » *semplice* di questi archi, si avrà l' arco sem» plice *az* dividendo per *n* l' arco $A \pm (n - r)$ » $a' \pm (n - s) a'' \pm (n - t) a'''$ ec. presi i se» gni inferiori nel caso che alcuno degli ar» chi *ab* , *ac* , *ad* ec. sia retrogrado ». E non solo con questo assai semplice mezzo si ha immediatamente l' arco medio finale *az* , ma di più fatto successivamente $n = 1$, $= 2$, $=3$, ec. si ha il valor del medesimo equivalente al resultato di 1 , 2 , 3 , ec. ripetizioni. Noteremo con un asterisco tutte quelle osservazioni, ove queste riduzioni avranno avuto luogo.

Angoli Osservati

A Pietramarina, dalla finestra il 31 *Marzo* 1817

Negli atti dell' *Accademia Pistojese*, ho già descritta la località e i numerosi pregj di questa stazione, che sempre più mi son comparsi rilevanti a misura che la mia operazione si é

estesa. Rimetto dunque a quel luogo chi ne bramasse l'opportuno dettaglio.

Vertici o punti Osservati		Rip.	Angolo Multiplo			Angolo semplice
CCXXXIX	Volterra e Cascina	2	115°	51′	0″	57° 55′ 30″,0
		5	289	37	0	24 ,0
		6	347	32	0	20 ,0
		8	103	12	56	22 ,0
		10	219	13	40	22 ,0
CCXXXX	Volterra e S. Miniato	2	55	25	28	27 42 44 ,0
		5	138	33	52	46 ,2
		6	166	16	24	44 ,0
		8	221	41	36	42 0,

A Populonia, dalla Torre,
il 16, 17, 28 *Maggio*, *e* 2 *Giugno* 1815.

Populonia, quest'antichissima Città dell'Etruria, famosa, al dir di Virgilio, e potente fino dai tempi d'Enea, per tre volte distrutta e altrettante volte risorta dalle sue ceneri, vinta infine dal tempo, dai contagj e dalle barbariche incursioni, non presenta oggimai che un recinto di pochi casolari; nè altro dei vetusti pregj ritiene, che alcune reliquie delle già grandiose sue mura, e la felicità ed amenità della sua posizione; rapporto al qual ultimo titolo, utile sommamente al mio scopo, non vi è per verità chi la superi, o possa gareggiar seco lei tra tutti gli altri punti della nostra Costiera. Altissimo infatti essendo e molto sporgente nel mare il fiorito colle sul quale risiede, oltre tutto il li-

do Toscano, che dalla punta del molo di Livorno va fino a quella di *Troja* sull' estremità del Golfo di Piombino, e lungo il quale si contano fino a dodici *forti* guarniti, godonsi di colà tutte le criniere e pendici occidentali dei poggi che chindono dalla parte di Terra le maremme Pisane; le quali sebbene scarse e povere si veggano di abitazioni rurali, non mancano però di contenere un buon numero di Castella, ed alcune di qualche considerazione. Al di là di Livorno é quest' orizzonte limitato dagli Apennini, fin dove a perdita d'occhio s' internano nelle parti più occidentali della Liguria. A Ponente si ha la Gorgona, la Corsica e la Capraja; a Mezzodì l' Elba; tutto il resto è mare.

	Vertici o punti Osservati	Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice.
	Portoferrajo e	1	101° 34′ 20″,0	101° 34′ 20″,0
CCXLI	Cima della	5	147 48 25 ,0	33 41 ,0
	Gorgona	6	249 21 52 ,5	55 ,4
	Gorgona	1	293 50 12 ,5	44 28 40 ,0
CCXLII	e	5	111 44 24 ,0	32 ,5
	Cecina	6	156 12 47 ,5	32 ,5
	Cecina	1	162 37 42 ,5	6 24 55
CCXLIII	e	5	188 17 32 ,5	57
	Bibbona	6	194 42 24 ,5	56 ,2
	Portoferrajo	1	58 3 30	58 3 30 ,0
CCXLIV	e	5	290 17 30	30 ,0
	Zenobito	6	340 20 55	29 ,2

A Portoferrajo nel Fanale il dì 30. Maggio 1816.

Fu questa bella Torre fabbricata a pubblica utilità sotto il governo del Granduca Pietro Leopoldo. Risiede sopra la più alta parte del forte denominato la *Stella*; e sebbene non debba dirsi elevatissima, in qualità di punto Trigonometrico, lo è però abbastanza perchè possa di là scorgersi il littoral Toscano fino a S. *Vincenzio*, e la *punta* estrema della Gorgona. Ci postammo a 1^t,36 dal centro, e che faceva con la Torre di Populonia un angolo di 287° 43′ 30″.

ccxlv. *Zenobito e Populonia*

Ripeti.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Riduzione
1	97° 31′ 20″	97° 31′ 20″0	r = 1,36
5	127. 56 25	16,9	y = 190° 12′ 20″
6	225. 7 34	15,7	O+y = 287 43 30
	Riduzione per Z	— 2,02	G = FZ... tr. 114
	per P	— 22,40	D = FP... tr. 114
	Angolo ridotto	97 30 51,5	

ccxlvii *Gorgona e Populonia*

Ripeti.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Riduzione
1	61° 15′ 50″	61° 15′ 50″0	r = 1,36
5	306 19 30	54,0	y = 226 27 40
6	7 55 31	55,2	O+y = 287 43 30
	Riduzione per G	+ 5,14	G = FG... tr. 126
	per P	— 22,40	D = FP... tr. 126
	Angolo ridotto	61 15 57,9	

Al Forte di Cecina
Angolo Boreale, il dì 2 Giugno 1816

Il celebre Senator March. *Carlo Ginori* uomo di quel genio e di quelle vedute, che la Toscana intera tuttor conosce e rammenta, eresse nel 1747 questo ben inteso fortilizio, insieme con il nobil Palazzo di sua particolare abitaziona, e tutti i casamenti annessi, da esso lui destinati a richiamar colà una colonia, e ravvivare in quelle desolate, ma fertili contrade l'antica e da gran tempo estinta popolazione. Il forte è adesso destinato alla sicurezza della costa e all'ispezione sanitaria: come lo sono quello di *Castagneto*, che conta l'epoca del 1788 e fabbricato fu da Leopoldo, di *Bibbona* che risale al 1764 costruito sotto l'Imperator Francesco: e quello di *S. Vincenzio* ancor più antico dei precedenti e che risale al 1622. In quest' ultimo noi facemmo una stazione, per chiudere il triangolo principale *S. Vincenzio-Populonia-Portoferrajo*, il quale per altro rimanendo staccato dalle catene quì contemplate, non ci è finora stato utile ad'altro che a determinar la posizione di questa Torre. Negli altri due si trovò che i Francesi avevano eretti dei Telegrafi, il cui stile ci servì di segnale. A Cecina ci postammo presso lo spigolo opposto a *Rosignano*, ad una distanza di c^t,55 dal canto vivo, che si scelse come per centro di stazione.

CCXXXXVII

Mastio di Volterra e Torre di Populonia.

Ripetiz.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
1	(109° 56′ 30″	109° 56′ 30″	$r =$ 0t,5505
5	(189 43 10	38	y=163° 37′ 50″
6	(299 40 0	40	O+y=273 34 30
	Riduzione per V	— 1,93	G=VC. . tr. 109
	per P	— 6,12	D=PC. . tr. 110
	Angolo ridotto	109 56 31,7	

CCXLVIII

Mastio di Volterra e Forte di Castagneto

Ripetiz.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
1	(94 4 50	94 4 50	$r =$ 0,5505
5	(110 24 10	50	y=163° 37′ 50″
6	(204 29 0	50	O+y=257 42 40
	Riduzione per V	— 1,93	G CV. . tr. 119
	per C′	— 14,91	D=CC′. . tr. 122
	Angolo ridotto	94 4 33,2	

CCLXI

Mastio di Volterra e Forte di Bibbona

Ripetiz.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
1	(86 0 10	86 0 10,0	$r =$ 0,5505
5	(70 0 40	8,0	y=163° 3[illegible]′ 50″
6	(156 1 5	10,8	O+y=249 38 0
	Riduzione per V	— 1,93	G=CV. . tr. 109
	per B	— 27,09	D=CB. . tr. 120
	Angolo ridotto	85 59 41,8	

CCL

Torre di Populonia e Gorgona

Ripetiz.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
1	(106 45 10	106 45 10,0	$r =$ 0,5505
5	(273 45 15	3,0	y=273° 34′ 30″
6	(280 30 9	1,3	O+y= 20 19 30
	Riduzione per P	+ 6,3	G=CP. . tr. 124
	per G	+ 1,5	D=CG. . tr. 125
	Angolo ridotto	106 45 9,3	

Al Mastio di Volterra
il 6 e 8 Giugno, 16 Settembre, 24 Ottobre 3 e 11 Novembre 1816.

Anche di questa stazione ho parlato a lungo e con molto dettaglio nella mia memoria sulla posizione di *Volterra Samminiato e Fiesole*. Quì debbo avvertir di più, che oltre le tre situazioni colà rammentate, la necessità di difendermi dal vento, or più or meno, ma però sempre dominante in quella vetta, mi obbligò a prenderne anche una quarta.

Ripeti.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
	ccli *S. Piero in Grado e Campanile di S. Giusto*		
2 (	25° 56′ 10″	12° 58′ 5,0	*r* =
4 (	51 53 15	18,7	*y* = 103° 18′ 30″
7 (	90 48 10	18,5	O + *r* = 116 16 50′
8 (	103 47 20	25,0	G = VP … tr. 127
10 (	129 43 45	22,5	D = VG … tr. 101
12 (	155 40 35	22,9	
14 (	181 37 20	22,8	
	Riduzione per P	25,0	
	per G	12 45,4	
	Angolo ridotto	13 10 43,4	
	cclii *S. Giusto e Campanile di Cascina*		
2 (	1° 31′ 45″	0 45 52,5	*r*
4 (	3 33 25	51,2	*y* 116° 16 50
6 (	4 35 5	50,8	O + *y* = 117 2 49
	Riduzione per G	— 12 25,5	G = VG …. tr. 101
	C	+ 29,8	D = VC … tr. 129
	Angolo ridotto	0 33 35,2	

Ripet.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Riduzione
	ccliii *Campanile di Guardistallo e Monte Massi*		
2	(47° 26′ 30″	23° 43′ 15,0″	r = 31,324
4	(94 53 25	21,2	γ = 143° 23′ 20″
6	(142 19 50	18,3	O + γ = 167 6 40
8	(189 46 30	18,7	G = VG ... tr. 117
10	(237 13 10	19,0	D = VM ... tr. 116
	Riduzione per G	— 37,9	
	per M	+ 27,6	
	Angolo ridotto	23 43 8,7	
	* ccliv *Guardistallo e Poggio alle Croci*		
2	(49 34 20	24 47 10,0	r = 31,324
4	(99 9 15	18,8	γ = 143 23 20
5	(123 56 35	19,0	O + γ = 168 10 50
7	(173 31 18	19,7	G = VG ... tr. 117
	Riduzione per G	— 37,9	D = VC ... tr. 102
	per C	+ 27,3	
	Angolo ridotto	24 47 9,1	
	cclv *Campanile delle Pomarance e Guardistallo*		
0	(194 8 42,5		r = 31,324
6	(237 39 45,0	67 15 10,4	γ = 175 6 20
	Riduzione per P	— 10,1	O + γ = 242 21 50
	per G	— 56,3	G = VP ... tr. 115
	Angolo ridotto	67 14 4,0	D = VG ... tr. 117
	* cclvi *Guardistallo e Cecina*		
1	(7 22 8,0	7 22 8,0	r = 3,324
5	(36 50 22,5	4,5	γ = 242 21 50
6	(44 12 43,0	7,1	O + γ 249 44 0
	Riduzione per G	+ 56,3	G = VG ... tr. 117
	per C	— 38,8	D = VC ... tr. 109
	Angolo ridotto	7 22 24,6	

Ripetiz.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Riduzione
	CCLVII *Guardistallo e Zenobito*		
1 (	0° 22′ 5″	0° 22′ 5″,0	r = 3,324
2 (	0 44 10	5,0	y = 242° 21′ 50″
3 (	1 6 40	13,3	O + y = 242 44 0
4 (	1 28 40	10,0	G = VG ... tr. 117
5 (	1 51 8	13,6	D = VZ ... tr. 113
6 (	2 13 22	13,7	
	Riduzione per G	+ 56,2	
	Z	— 12,3	
	Angolo ridotto	0 22 57,6	
	CCLVIII *Cecina e Forte di Bibbona*		
0 (	113 55 10		
2 (	86 54 40	13 30 15,0	r = 3,324
4 (	59 54 0	17,5	y = 236 13 40
6 (	32 53 30	16,7	O + y = 249 44 0
8 (	5 53 0	18,2	G = VB ... tr. 120
10 (	338 52 30	16,0	D = VC ... tr. 109
	Riduzione per C =	— 38,8	
	per B =	+ 34,0	
	Angolo ridotto	13 30 11,2	
	* CCLIX *Lari e S. Giusto*		
2 (	19 10 50	9 35 25,0	r = 3,324
4 (	38 21 30	22,5	y = 106 41 30
6 (	57 32 28	24,7	O + y = 116 16 50
	Riduzione per C —	44,74	G = VL ... tr. 133
	per G +	12 45,17	D = VG ... tr. 101
	Angolo ridotto	9 47 25,4	

Alle Pomarance, dal Campanile dell'Arcipretura, il dì 11. Ottobre 1816.

Per quanto questa popolata e ricchissima terra risieda in un eminente collina, e a suf-

ficienza aperto e spazioso ne sia l' orizzonte, tuttavia è sì spogliato fino alle prossime di lei adiacenze il suo territorio, sì dirupato ed incolto è pur quello delle vicine comuni, che pochi sono i punti essenziali e notabili quivi offerti ad una triangolazione; se pure il Geometra non unisca le sue vedute a quelle del Naturalista, e in vece delle popolazioni che mancano, si occupi di quei luoghi che più vi abbondano di minerali ricchezze, delle quali sono in sommo grado fertili queste contrade.

Rip.	Angolo Multiplo			Angolo semplice	Elementi di Riduzione
	ccLx *Guardistallo e Mastio di Volterra*				
2 (	161°	32'	40"	80 46 20, 0	r= 0.7985
4 (	323	5	50	27, 5	y=140° 5'30"
6 (	124	38	35	25, 8	O+y=220 50 0
8 (	286	11	25	25, 6	G=PG ... tr. 115
9 (	6	58	10	27, 8	D=PV ... tr. 117
	Riduzione per G			— 10,54	
	per V			— 18,67	
	Angolo ridotto			80 45 58, 6	
	ccLxi *Poggio alle Croci e Mastio di Volterra*				
0 (	261	3	50		r= 0,7985
2 (	342	33	40	40 44 53, 0	y=180 5 10
6 (	145	32	50	50, 0	O+y=220 50 0
8 (	227	2	0	46, 2	G=PC ... tr. 115
10 (	308	31	40	47, 0	D=PV ... tr. 115
11 (	349	16	40	47, 3	
	Riduzione per C			= + 0,03	
	per V			— 18,67	
	Angolo ridotto			40 44 28, 7	

A Monte Massi
presso Monte-Catini di Val di Cecina
il dì 4 Novembre 1816.

È più elevato del vicino monte alle *Croci*; non però tanto spogliato quanto l' altro, nè per conseguenza così opportuno a formarvi un comodo e completo giro d' orizzonte. Intesi di stabilirvi una stazione sussidiaria di quella delle *Croci* per appoggio e verificazione delle osservazioni, che volevo di colà instituire. Lasciai al punto ove operai, un segnale provvisorio, atto non più che a servir nel momento al mio fine.

Vertici o punti Osservati		Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice
CCLXII	Volterra e Pomarance	0	202° 28' 30"	
		2	293 50 20	45° 40' 55"
		4	385 12 0	52 ,5
		6	116 34 0	55 ,0
CCLXIII	Volterra e Forte di Bibbona	2	274 16 50	137 8 25 ,0
		4	188 33 40	25 ,0
		6	102 50 30	25 ,0
CCLXIV	Forte di Bibbona e di Cecina	2	140 3 40	18 36 35 ,0
		4	177 16 50	35 ,0
		6	214 29 50	33 ,3
CCLXV	Cecina e Guardistallo	0	137 28 20	
		2	95 42 0	20 55 10 ,0
		4	53 55 40	10 ,0
		6	12 9 30	8 ,3
CCLXIV*	Cecina e Castagneto	2	58 53 20	29 26 40 ,0
		4	117 46 35	38 ,8
		6	176 29 54	39 ,0

Al Poggio alle Croci presso Monte Catini di Val di Cecina il dì 5 Novembre 1816.

Vengono queste osservazioni di seguito alle due quivi fatte e già pubblicate, e delle quali, siccome appoggio di tutta la triangolazione spinta da Volterra a Portoferrajo, ho parlato non poco nell' attuale ragionamento. Quanto alla natura di questa stazione, si veda ciò che ne ho detto altrove.

	Vertici o punti osservati	Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice
		0	344° 38′ 20″	
CCLXVII	Volterra e Castagneto	2	237 11 20	126° 16′ 30″,0
		4	129 44 40	35 ,0
		6	22 18 0	36 ,7
		7	148 34 30	35 ,7
CCLXVIII	Castagneto e Cecina	2	206 10 30	28 48 0 ,0
		4	263 46 40	2 ,5
		6	321 23 10	6 ,6
		8	18 59 10	5 ,0
CCLXIX	Cecina e Populonia	2	302 24 50	38 17 10 ,0
		4	225 50 30	10 ,0
		6	149 15 50	13 ,3
		8	72 41 20	12 ,5
CCLXX*	Volterra e Pomarance	2	94 28 40	47 14 20 ,0
		4	188 57 15	18 ,8
		6	283 25 52	18 ,6
CCLXXI	Volterra e Zenobito	0	119 5 20	
		2	64 51 10	152 52 55 ,0
		4	10 37 0	55 ,0
		6	316 22 50	55 ,0

A Cascina dal Campanile della Chiesa il 28 Ottobre 1817

Sebbene affatto in pianura, è però questo punto molto ben situato in riguardo al suo fiorito orizzonte, che da Mezzodì e Ponente si estende assai, ed offre alla vista molti ragguardevoli luoghi. Vi si chiuse, come abbiamo già detto, un bel triangolo principale.

Ripetiz.	Angolo Semplice	Angolo Multiplo	Elementi di Riduzione
	CCLXXII *Volterra e S. Piero in Grado*		
4	163 12 40	130°48′ 10,0	$r =$ 1t,642
6	64 49 20	13,3	$y =$ 45° 43′ 50″
8	326 25 50	13,7	$O + r =$ 176 32 0
10	228 2 10	13,0	G = CV... tr. 129
	Riduzione per V	— 11,84	D = CP... tr. 130
	per P	+ 2,44	
	Angolo ridotto	130 48 5,0	
	CCLXXIII *Marzocco e S. Piero in Grado*		
4	131 42 40	32 55 40,0	$r =$ 1t,642
6	197 34 10	41,7	$y =$ 143° 36′ 20″
8	263 26 0	45,0	$O + r =$ 176 22 0
10	329 17 30	45,0	G = CM... tr. 131
	Riduzione per M	— 16,83	D = CP... tr. 130
	per P	+ 2,44	
	Angolo ridotto	32 55 30,6	
	CCLXXIV *Pietra Marina (fin.) e Volterra*		
2	140 54 10	70 27 5,0	$r =$ 1t,617
6	62 42 50	8,3	$y =$ 150 12 50
8	203 37 10	8,8	$O + r =$ 220 40 0
	Riduzione per P	— 8,75	G = CP... tr. 129
	per V	— 10,61	D = CV... tr. 129
	Angolo ridotto	70 26 49,4	

A Lari, sul Campanile della Prepositura
il 31 *Ottobre e* 4 *Novembre* 1817.

O si riguardi per la fertilità delle sue adiacenze, o per la pulizia e decenza del suo fabbricato, o per l'amenità della sua situazione, è questo uno dei più insigni luoghi delle Colline Pisane. Al piano del Campanile d'onde noi si osservò sovrasta dalla parte di Ponente il grandioso antico Castello, oggidì Palazzo del Tribunale; ma di leggero interesse è la porzione d'orizzonte che ingombra, restando libere nel rimanente del giro le pianure intere di Pisa e dell'Arno inferiore, la Val di Nievole coi suoi laghi, e tutta la *Valdera* fino a Volterra.

rip.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Rid.
	CCLXXV *Pietra Marina (fin.) e Volterra*		
2	(157° 33′ 20″	78° 46′ 40″,0	r = 0¹,958
4	(315 40 50	42,5	y = 158° 38′ 40″
6	(112 6 5	40,8	O+y=237 25 20
8	(270 13 10	38,8	G=LP... tr. 133
10	(67 46 40	40,0	D=LV... tr. 133
	Riduzione per P	— 5,5	
	per V	— 11,4	
	Angolo ridotto	78 46 23,1	
	CCLXXVI *Santo Pietro e Volterra*		
6	(158° 33′ 0″	43 5 30,0	r= 0¹,958
8	(344 43 50	28,8	y= 194 19 50
10	(70 54 40	28,0	O+y=237 25 20
14	(243 16 30	27,9	G=LS... tr. 134
16	(329 27 40	27,5	D=LV... tr. 134
	Riduzione per S	+ 14,7	
	per V	— 11,3	
	Angolo ridotto	43 5 36,9	

A Santo Pietro, dal Campanile il dì 3 Novembre 1817.

L'orizzonte di questo delizioso luogo di cui già feci menzione a pag. 106 emula e forse anche supera in amenità ed importanza quello di Lari. Di quì presi l'azimuth di cui ho a lungo parlato: e giova osservare che la forte distanza di questo punto al Mastio di Volterra mi viene con molta uniformità da tre vie differenti.

	CCLXXVII *Volterra e Lari*		
Rip.	Angolo semplice	Angolo Multiplo	Elementi di Riduzione
4	148° 55′ 20″	127° 13′ 50″,0	r= 1,[illegible]
6	43 22 50	48 ,3	γ= 37°46′10″
8	297 50 20	47 ,5	O+γ=165 0 0
	Riduzione per V	— 10 ,4	G=SV ... tr. 134
	per L	+ 17 ,9	D=SL ... tr. 134
	Angolo ridotto	127 13 55 ,0	
	CCLXXVIII *Pietramarina e Volterra*		
6	205 13 50	94 12 18 ,0	r= 1,055
10	222 3 10	19 ,0	γ=123 42 40
12	50 27 40	18 ,3	O+γ 217 55 0
	Riduzione per P	— 10 ,0	G=SP ... tr. 155
	per V	— 10 ,4	D=SV ... tr. 134
	Angolo ridotto	94 11 57 ,9	
	CCLXXIX *S. Miniato e Volterra*		
8	355 51 30	89 28 56 ,3	r= 1,053
10	174 49 20	56 ,0	γ=128 26 0
12	359 47 20	56 ,7	O+γ=217 55 0
	Riduzione per M	— 17 ,1	G=SM ... tr. 156
	per V	— 10 ,4	D=SV ... tr. 134
	Angolo ridotto	89 28 29 ,2	

Rip.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di riduzione
	ccLxxx *Lari e Osservatorio di Pisa*		
6	(242 40 35	40° 26′ 45,8	r = 1,038
8	(343 34 15	46,9	y = 165° 0″
	Riduzione per L	— 17,9	O+y = 205 26 50
	per P	— 6,5	G = SL . . . tr. 134
	Angolo ridotto	40 26 22,5	D = SP . . . tr. 144

Al Fanale di Livorno il 3. *Dicembre* 1816

Mi condussi sull'alto di questa Torre unicamente per prendervi gli angoli della *Gorgona* con *Populonia* e con *Pietramarina*, e trarne nuovi riscontri della triangolazione marittima. Impedito dalle nebbie, dovei ridurmi all' osservazione dei punti limitrofi, tra i quali la specola di Pisa, spigolo di libeccio, d'onde avevo già segnalato il Fanale.

Rip.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Riduzione
	ccLxxxi *S. Piero in Grado e Osservatorio di Pisa*		
2	(15° 18′ 45″	7° 39 22,5	r = 2t,365
6	(45 56 15	22,5	y = 152° 9′ 20″
10	(76 33 40	22,0	O+y = 159 48 40
	Riduzione per P	— 28,3	G = FP . . . tr. 141
	per O	+ 15,6	D = FO . . . tr. 141
	Angolo ridotto	7 39 9.3	
	ccLxxxii *Meloria e Osservatorio di Pisa*		
4	(74 29 5	108 37 16,2	r = 2t,365
6	(291 43 50	18,3	y = 78 57 10
	Riduzione per M	— 2 32,0	O+y = 187 34 30
	per P	— 5,9	G = FM . . . tr. 140
	Angolo ridotto	108 34 40,4	D = FP . . . tr. 141

A Pisa sul terrazzo dell' Osservatorio
il 4 Maggio e 2 Dicembre 1816
e 27 Ottobre 1817

La piccola fabbrichetta, che da sfogo all'ingegnosa scala della Torre, e introduce in questo terrazzo, toglie che possa dal centro completarsi un giro d'orizzonte. Feci le tre prime seguenti osservazioni dal vivo dell'angolo a libeccio; la quarta sull'angolo opposto distante dal primo di 5',66 e che col fanale di Livorno fa ivi un angolo $y = 75° 9' 40''$.

Vertici o punti Osservati		Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice
CCLXXXIII	Volterra	7	130°22' 17"	70° 3' 10",8
	e Fanale	9	270 28 57	13 ,0
	di Livorno	10	340 32 8	12 ,8
CCLXXXIV	Fanale	2	41 5 40	20 32 50 ,0
	e S. Piero	4	82 11 33	53 ,0
	in Grado	6	125 17 35	55 ,3
CCLXXXV	Fortezza	2	1 9 30	0 34 45 ,0
	Vecchia	4	2 18 40	40 ,0
	e Fanale	6	3 27 50	38 ,3
CCLXXXVI	Marzocco	3	39 13 5	19 36 32 ,5
	e	5	78 26 10	32 ,5
	S. Piero	7	117 39 15	32 ,5
CCLXXXVII	Cascina	3	67 17 25	22 25 48 ,3
	e	5	112 9 15	51 ,0
	Volterra	7	157 0 45	49 ,5

CCLXXXVIII *Volterra e S. Piero in Grado*		
Volterra-Fanale come sopra = . . .		70° 3′ 12″,8
Fanale-S. Piero come sopra = . . .		20 32 55 ,8
r = 5ᵗ,664	G=PV . . . tr. 127	
y = 75° 9′ 40″	D=PP′ . . . tr. 141	
O+y = 165 45 50	Riduzione per V	— 42 ,6
	per P′	+ 1 34 ,1
Angolo ridotto allo spigolo Grecale		90 37 0,1

Al Mastio della fortezza vecchia di Livorno
il dì 8 Maggio e 4 Decembre 1816

La speranza di scorger Pietramarina, che doveva di quà comparirmi più scoperta che dal Fanale, mi spinse a nuovi tentativi da questa rocca. Ma persistendo contraria la costituzione del tempo, mi convenne quì pure arrestarmi alle osservazioni dei luoghi adiacenti. Una prova che volli di nuovo sperimentarne qualche mese dopo, corse la stessa sorte. Quest' orizzonte e quello del Fanale sono assai limitati dalla parte di Terra.

Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
	CCLXXXIX *S. Piero in Grado* (1° Spigolo)		
1	8 26 25	8 26 25,0	
5	42 11 10	14,9	
6	50 36 55	9,1	
CCXC	*S. Piero in Gr., Sp. di Maestro e di Scirocco*		
4	0 6 50	0 1 42,5	r = 1ᵗ,338
6	9 54	39,0	y = 108° 2′ 20″
1° Spigolo e Centro		0 0 49,5	O+y = 116 27 40
1° Spigolo e Pisa		8 26 9,1	G FP′ . . . tr. 142
Cent. di S. Pier. e Pisa		8 25 19,6	D=FP . . . . tr. 142
Riduzione per P		—35,0	
per P′		+24,1	
Angolo ridotto		8 25 8,7	

Al Palazzo di Stagno
il dì 25 Ottobre 1817

Di qui ebbe principio la misura della base. Per dominar gli oggetti che mi erano necessarj, mi convenne prima postarmi in una ringhiera della facciata: e quindi scendere sul prato annesso alla fabbrica in qualche distanza dall'angolo d'onde fu mossa la misura.

Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
	ccxcviii *Spigoli in diagonale di S. Piero in Grado*		
8	0° 31′ 0″	0° 3′ 52″,5	
10	0 37 35	51 ,5	
12	0 46 15	51 ,2	
	1° Spigolo e centro	1 55 ,6	
	ccxcix *Fanale e S. Piero* (1° spigolo)		
6	114 47 50	139 7 51 ,7	r= 31,044
8	33 2 50	5u ,2	y= 30 56 50
10	311 18 10	52 ,0	O+y=170 6 20
	Riduzione per F	— 1 18 ,7	G=SF . . tr. 137
	per P	+ 0 24 ,0	D=SP . . tr. 137
	Al centro di S. Piero	+ 1 58 ,6	
	Angolo ridotto	139 8 52 ,9	
	ccc *Fortezza vecchia e S. Piero* (1° spigolo)		
6	111 47 15	138 37 22 .5	r= 3,044
8	28 2 10	23 ,8	y= 31 27 0
10	305 18 0	24 ,0	O+r=170 6 20
	Riduzione per F	— 1 55 ,8	G=SF . . tr. 138
	per P	+ 0 24 ,0	D=SP . . tr. 138
	Al centro di S. Piero	+ 1 55 ,8	
	Angolo ridotto	138 38 10 ,8	

N.B. Vi è errore nel registro di questa pagina, che dovrebbe venir preceduta dalle due seguenti, come risulta dalla numerazione degli angoli.

A S. Piero in Grado
il dì 22. e 23. Ottobre 1817.

Sullo spigolo Maestrale di questa Torre terminò come già me ne espressi, la misura; e presso di questo spigolo instituii nel giorno medesimo le quattro prime osservazioni seguenti. Ultimai le altre, ma da un diverso punto, nel giorno dipoi. L' orizzonte di questo luogo è ameno e spazioso al massimo segno.

Rip.	Angolo Multiplo	Angolo Semplice	Elementi di Riduzione
		ccxci *Principio della base al palaz. di Stagno, e Meloria*	
4	(156° 27′ 15″	39° 9 18,8	r = 2t,480
6	(234 55 50	18,3	y = 110° 40′ 0″
8	(313 14 20	17,5	O + y = 149 49 20
	Riduzione per S —	1 46,6	G = PS . . . tr. 138
	per M +	28,0	D = PM . . . tr. 139
	Angolo ridotto	39 7 58,9	
		ccxcii *Stagno e Fortezza Vecchia di Livorno*	
4	(72 21 0	18 5 15,0	r = 2,480
6	(108 31 40	16,6	y = 110 40 0
8	(144 42 10	16,3	O + y = 128 45 20
	Riduzione per S —	1 46,6	G = PS . . . tr. 138
	per F +	53,1	D = PF . . . tr. 138
	Angolo ridotto	18 4 22,7	
		ccxciii *Stagno e Fanale*	
4	(77 44 5	19 26 1,2	r = 2,480
8	(155 28 10	1,2	y = 110 40 0
10	(194 20 35	3,5	O + y = 150 6 0
12	(233 12 10	3,3	G = PS . . . tr. 138
	Riduzione per S —	1 46,6	D = PF . . . tr. 137
	per F +	48,6	
	Angolo ridotto	19 25 5,3	

CCXCIV

Stagno e Marzocco

Rip.	Angolo Semplice	Angolo Multiplo	Elementi di Riduzione
6	(115° 23′ 20″	19° 13′ 53″,3	r = 2',480
8	(153 51 20	53,8	y = 110 40 0
10	(192 18 50	53,0	O+y = 129 53 50
	Riduzione per M	—146,6	G = PS... tr. 132
	per S	+ 58,5	D = MP... tr. 131
	Angolo ridotto	19 13 4,9	

CCXCV

S. Miniato e Stagno

Rip.	Angolo Semplice	Angolo Multiplo	Elementi di Riduzione
9	(56 43 40	86 18 11,1	r = 1,996
11	(229 20 30	13,6	y = 39 59 20
12	(315 28 50	14,2	O+y = 126 17 30
	Riduzione per M—	12,6	G = PM... tr. 127
	per S+	1 13,9	D = PS... tr. 128
	Angolo ridotto	86 19 15,5	

CCXCVI

Volterra e Stagno

Rip.	Angolo Semplice	Angolo Multiplo	Elementi di Riduzione
2	(99 1 10	49 30 55,0	r = 1,996
6	(297 5 30	55,5	y = 76 46 30
8	(36 6 50	51,2	O+y = 126 17 30
11	(184 39 50	53,6	G = PV... tr. 127
	Riduzione per V —	15,0	D = PS... tr. 128
	per S +	1 13,9	
	Angolo ridotto	49 31 52,5	

CCXCVII

Cascina e Stagno

Rip.	Angolo Semplice	Angolo Multiplo	Elementi di Riduzione
2	(169 57 50	84 58 55,0	r = 1,996
10	(129 49 20	56,0	y = 41° 18′ 30″
12	(299 47 20	56,7	O+y = 126 17 30
14	(109 45 20	57,1	G = PC... tr. 130
	Riduzione per C —	32,4	D = GS... tr. 128
	per S +	1 13,9	
	Angolo ridotto	84 59 48,6	

Le osservazioni seguenti appartengono a Stagno, e son di seguito a quelle portate per errore di registro a p. 157

Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice	Elementi di Riduzione
	cccI *Meloria e S. Piero* (1° Spigolo)		
2	228 45 20	114 22 40 ,0	r= 31,044
4	97 30 40	40 ,0	y= 55 41 40
6	326 16 10	41 ,7	O+y-170 6 20
8	195 1 30	41 ,2	G=SM . tr. 156
	Riduzione per M	— 1 21 ,4	D=SP . tr. 139
	per P	+ 0 24 ,0	
	Al centro di S. Piero	+ 1 55 ,6	
	Angolo ridotto	114 23 39 ,4	
	cccII *Marzocco e S. Piero*		
2	259 31 25	129 45 42 ,5	r= 3,044
4	156 32 55	43 ,7	y= 40 18 40
6	58 34 10	41 ,7	O+y 170 6 20
8	318 5 20	40 ,0	G=SM . . tr. 132
	Riduzione per M	— 2 21 ,4	D=SG . . tr. 132
	per P	+ 24 ,0	
	Angolo ridotto	129 45 38 ,2	
	cccIII *Due spigoli di S. Piero dalla seconda Stazione*		
2	0 7 40	0 3 50 ,0	
4	0 15 20	50 ,0	
6	0 22 40	46 ,7	
	1° spigolo e centro	1 55 ,3	
	cccIV *S. Miniato e S. Piero* (1° spigolo)		
4	325 46 30	81 26 37 ,5	r 4,940
6	128 39 25	34 ,2	y=354 28 50
8	291 32 50	36 ,2	O+y= 55 55 50
10	94 25 30	33 ,0	G=SG . . tr. 128
12	257 18 0	30 ,0	D=SM . . tr. 128
14	60 11 10	30 ,7	
	Riduzione per G	+ 1 37 ,8	
	per P	+ 0 40 ,0	
	Al centro di S. Piero	— 1 53 ,3	
	Angolo ridotto	81 26 55 ,2	

Ossservazioni di riscontro fatte intorno e lungo la base.

Rammento che S e T sono il principio e il termine della base : S', S'', S''', S'''', S^{v} son punti della medesima, ove furon successivamente istituite le osservazioni : N e G due punti che serviron di vertici ai triangoli di confronto : e infine O è il principio dell' ultima misura Obliqua.

Aggiungo che P', P'', P''', P'''' rappresenteranno i luoghi dove avevo stabilite le biffe sussidiarie, allorchè in principio tentai il nuovo metodo di verificazione, secondo il sistema che come ho detto dovei per cagioni estrinseche abbandonare. B', B'', B''', B'''' saranno i punti della base d'onde furon quelle biffe osservate. E infine B, P rappresenteranno due altri punti, l'uno sulla base l' altro al di fuori trai quali stesi la misura obliqua BP, che servì al calcolo dei due triangoli BPS, BPB' istituiti all'oggetto di avere il tronco SB'. Ho già detto che attesi i due fossi Reale e Navigabile interposti tra S e B' non potei avere questo tronco direttamente. Si riscontri su tutto questo, quanto ho già esposto dalla p. 58 alla p. 65.

Le osservazioni che per le cause addotte nei suddetti luoghi non ebbero felice successo, restano quì soppresse per brevità.

Staz.	Num	Punti Osservati	Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice
B	1	S , P	2	188° 12' 0''	94° 6' 0'',0
			4	16 23 40	5 55 ,0
			6	204 35 30	55 ,0
	2	P , B'	2	16 23 20	85 53 55 ,0
			4	188 12 50	54 10 ,0
			6	0 0 15	7 ,5
			8	171 48 10	5 ,0
P	3	B , S	2	78 19 56	39 9 58 ,0
			6	235 0 0	10 0 ,0
			8	313 20 20	2 ,5
	4	B', S	4	311 28 40	77 52 10 ,0
			6	107 13 30	15 ,0
			8	262 58 0	15 ,0
	5	P', B'	2	11 5 10	5 32 35 ,0
			4	22 10 0	30 ,0
			6	33 15 20	33 ,3
	6	B', B''	2	98 52 20	32 48 30 ,0
			4	164 29 20	30 ,0
			5	197 18 0	32 ,0
B'	7	B , P	4	221 35 0	55 23 45 ,0
			6	332 22 50	48 ,3
			8	83 10 30	48 ,7
	8	B'', P'	2	93 23 0	46 41 30 ,0
			4	186 45 40	25 ,0
			6	280 8 50	25 ,0
	9	P, B''	2	249 11 0	124 35 30 ,0
			4	139 21 10	27 ,5
			5	262 57 20	28 ,0

Staz.	Num	Punti Osservati	Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice
B''	10	P', B'	2	160 44 20	80 22 10 ,0
			4	321 28 30	7 ,5
			5	41 50 30	6 ,0
	11	B', P	2	45 12 20	22 36 10 ,0
			4	90 24 40	10 ,0
B'''	12	P', S	2	49 36 40	24 48 20 ,0
			4	99 13 30	22 ,5
			6	148 50 20	23 ,3
S'	13	T, N	2	32 52 10	16 26 5 ,0
			4	65 44 40	10 ,0
			6	98 37 10	11 ,7
S''	14	T, G	4	21 30 20	5 22 35 ,0
			6	32 16 10	41 ,7
			8	43 1 50	43 ,7
S'''	15	N, S	2	286 31 5	143 15 32 ,5
			4	213 3 5	46 ,2
			6	139 34 55	48 ,4
S''''	16	T, G	2	44 23 30	22 11 45 ,0
			4	88 47 10	47 ,5
			6	133 10 30	45 ,0
	17	G, N	4	188 18 20	137 4 35 ,0
			6	102 27 40	36 ,7
			8	16 36 30	33 ,7
S'''''	18	T, O	6	209 48 40	94 58 6 ,7
			8	39 44 40	5 ,0
			10	229 41 0	6 ,0
	19	O, G	2	7 8 30	68 43 45 ,0
			4	144 30 40	55 ,0
			6	282 0 5	60 ,0

Staz.	Num	Punti Osservati	Rip.	Angolo Multiplo	Angolo semplice
O	20	S'''', T	6	122° 8' 40''	80° 21' 26'',7
			8	282 51 10	23 ,8
			10	83 33 50	23 ,0
			12	244 18 0	25 ,0
S	21	T, N	2	8 50 40	4 25 20 ,0
			4	17 41 30	22 ,6
			6	26 52 16	22 ,7
		y=170° 4' 20''		G=Base Rid. per T —	24 ,6
		O+y=174 29 40		D=S N tr. VII per N +	28 ,6
				Angolo in S ridotto	4 25 27 ,1
T	22	S e T' centro del Campanile			110 40 0

TRIANGOLI

I. Rete da Volterra a Portoferrajo

(ved. pag. 18. 19. 20.)

N.B. Gli Angoli che non hanno richiamo, o sono conclusi dagli altri due, o vengon dal terzo e dai due lati dati.

Vertici	Angoli	Lati Opposti
107 *Volterra-Pietramarina (fin.)-Samminiato*		
V = CCXIX	13° 42′ 41″3	MP = 81551,13
P CCXL	27 42 42,0	VM 15999,14
M	138 34 36,7	VP ... tr. 100
108 *Volterra-Poggio alle Croci-Samminiato*		
V = V 102-CCXIX	90 56 37,8	CM 16885,15
C CCVIII+CCIX	71 20 12,0	VM tr. 97.98.99.10
M	17 43 10,2	VC 5139,82
109 *Volterra-Poggio alle Croci-Cecina*		
V CCLIV-CCLVI	17 24 44,5	CC′ 11768,81
C CCLXVII+CCLXVIII	155 4 40,7	VC′ 16572,26
C′	7 30 34,8	VC tr. 102.106
110 *Poggio alle Croci-Cecina-Populonia*		
C CCLXIX	38 17 12,5	C′P 17746,26
C′ C′ 109+CCXLVII	117 27 6,5	CP 25416,48
P	24 15 41,0	CC′ ... tr. 109
111 *Poggio alle Croci-Populonia-Zenobito*		
C (viene da pag. 150)	36 5 26,8	PZ 28516,20
P CCXLI+CCXLII—CCXLIV+P 110	112 14 19,7	CZ 44808,37
Z	31 40 13,5	CP ... tr. 110
112 *Poggio alle Croci-Volterra-Populonia*		
C CCLXVII+CCLXVIII—CCLXIX	116 47 28,2	VP 28110,23
V	55 48 53,7	CP tr. 110 108
P	9 23 38,1	VC ... tr. 102

Vertici	Angoli	Lati Opposti
	113 *Volterra-Populonia-Zenobito*	
V=V. 112—CCLIV+CCLVII	29° 24′ 42″,2	PZ=28513,80
P P. 111+P. 112	121 37 57 ,8	VZ 49436,62
Z	28 57 20 ,0	VP . . tr. 112
	114 *Populonia-Portoferrajo-Zenobito*	
P CCXLIV	58 3 29 ,2	FZ 24407,04
F CCXLV	97 30 51 ,3	PZ t. 111,113
Z	24 25 39 ,2	PF 1.894,37

*I*ª. *Rete da Volterra a Portoferrajo*.

	115 *Volterra-Poggio alle Croci-Pomarance*	
V CCLIII+CCLV	92 1 13 ,1	CP 7870,63
C CCLXX	47 14 18 ,6	VP 5782,11
P CCLXI	40 44 28 ,7	VC t. 102,108
Somma	180 0 0 ,4	
	116 *Volterra-Monte Massi-Pomarance*	
V CCLIV+CCLV	90 57 12 ,7	MP 8080,41
M CCLXII	45 40 55 ,0	VP . . tr. 115
P	43 21 52 ,3	VM 5549,08
	117 *Volterra-Pomarance-Guardistallo*	
V CCLV	67 14 4 ,0	PG 10061,47
P CCLX	80 45 58 ,6	VG 10770,13
G	31 59 57 ,4	VP. . . tr. 115
	118 *Volterra-Monte Massi-Guardistallo*	
V CCLIII	23 43 8 ,7	MG 6112,32
M CCLXIII+CCLXIV-CCLXV	134 51 50 ,0	VG . . tr. 117
G	21 25 1 ,5	VM 5548,59
	119 *Volterra-Monte Massi-Cecina*	
V CCLIII—CCLVI	16 20 44 ,1	MC 11354,76
M CCLXIII+CCLXIV	155 44 58 ,5	VC 16571,48
C	7 54 17 ,6	VM t. 116,118

Vertici	Angoli	Lati Opposti
	120 *Volterra-Cecina-Bibbona*	
V= CCLVIII	13° 30′ 11″,2	CB= 3923t,18
C CCXLIX	85 59 41,8	VB 16760,72
B	80 30 7,0	VC . . . tr. 119
	121 *MonteMassi-Cecina-Bibbona*	
M CCLXIV	18 36 33,3	CB 3922,24
C=C 119 + C 120	93 53 59,4	MB 12262,64
B	67 29 27,3	MC . . . tr. 119
	122 *Monte Massi-Cecina-Castagneto*	
M CCLXVI	29 26 39,0	CC′ 7444,05
C=C 119 + CCXLVIII	101 58 50,8	MC′ 14813,39
C′	48 34 30,2	MC . . . tr. 119
	123 *Poggio alle Croci-Cecina-Castagneto*	
C CCLXVIII	28 48 5,0	C′C″ 7443,90
C′=C 109 + CCXLVIII	101 35 8,0	CC″ 15136,20
C″	49 36 47,0	CC′ . . . tr. 109
	124 *Populonia-Cecina-Bibbona*	
P CCXLIII	6 24 56,2	C′B . tr. 120, 121
C CCXLVII-CCXLIX	23 56 49,9	PB 14249,26
B	149 38 13,9	PC 17745,07
	125 *Populonia-Cecina-Gorgona*	
P CCXLII	44 28 32,5	CG 25829,57
C CCL	106 45 9,3	PC 35302,71
G	28 46 18,2	PC . . . tr. 124
	126 *Populonia-Portoferrajo-Gorgona*	
P CCXLI	101 33 35,4	FG 39445,74
F CCXLVI	61 15 37,9	PG . . . tr 125
G	17 10 46,7	PF 11892,25

I. Rete da *Volterra alla nuova Base*(*vedasi a p.* 66

Vertici	Angoli	Lati Opposti
	127 *Volterra-Samminiato-S.Piero in Grado*	
V = CCLI + CCXX — CCXIX	51° 39′ 27″,0	MG = 20953ᵗ,40
M	91 43 10 ,0	VG 26705,77
G CCXCV — CCXVI	36 47 23 ,0	VM t.97.98.99.107
	128 *S.Piero a Grado-Stagno-Samminiato*	
G CCXCV	86 19 15 ,5	SM 21145,35
S CCCIV	81 26 55 ,2	GM. . tr. 127
M	12 13 49 ,3	GS 4488,76

II *Rete da Volterra alla nuova Base* (*ivi*)

Vertici	Angoli	Lati Opposti
	129 *Volterra-Pietramarina-Cascina*	
V CCXX — CCLII	51 37 49 ,7	PC 18938,81
P CCXXXIX	57 55 22 ,0	VC 20468,10
C CCLXXIV	70 26 49 ,4	VP . . tr. 100
	Somma 180 0 1 ,1	
	130 *Volterra-Cascina-S. Piero in Grado*	
V CCLI + CCLII	13 44 18 ,6	CG 8378,21
C CCLXXII	130 48 3 ,6	VG 26706,62
P CCXCVI — CCXCV	35 27 46 ,1	VC. . . tr. 129
	Somma 180 0 8 ,3	
	131 S. *Piero in Grado-Cascina-Marzocco*	
G CCXCIV + CCXCVII	104 12 43 ,5	CM 11939,50
C CCLXXIII	32 55 30 ,6	PM 6694,65
M	42 51 45 ,9	CG . . tr. 130
	232 S. *Piero in Grado-Stagno-Marzocco*	
G CCXCIV	19 13 4 ,9	SM 2866,57
S CCCII	129 45 38 ,2	GM. . tr. 131
M	31 1 16 ,9	SP 4488 ,06

Reti da Volterra a Santopietro(vedasi a p. 109)

Vertici	Angoli	Lati opposti
	133 *Volterra-Lari-Pietramarina* (fin)	
V CCLIX+V 101	61° 58′ 50″,3	PL 20486t,85
L CCLXXV	78 46 25 ,1	VP. . . tr. 101
P	39 14 44 ,6	VL 14681,83
	134 *Lari-Santopietro-Volterra*	
L CCLXXVI	43 5 30 ,9	VS 12597,7
S CCLXXVII	127 13 55 ,0	VL. . . tr. 13
V	9 40 34 ,1	LS 3099,5
	135 *Volterra-Santopietro-Pietramarina*	
V=V. 133—V. 134	52 18 16 ,2	SP 18060,14
S CCLXXVIII	94 11 57 ,9	VP. . . tr. 101
P	33 29 45 ,9	VS 12596,22
	136 *Volterra-Santopietro-Samminiato*	
V=V. 135—CCXIX	58 35 34 ,9	SM 9980,61
S CCLXXIX	89 28 29 ,2	VM t. 97,98,99
M	51 55 55 ,9	VS 12596,58

Reti da S. Piero in Grado a Pisa(vedasi a p. 121)

	137 S. Piero *in Grado-Stagno-Fanale di Livorno*	
P CCXCII	19 25 5 ,3	SF 4083,4
S CCC	139 8 52 ,8	PF 8034,18
F	21 26 1 ,9	PS, Base nuova
	138 S. *Piero in Grado-Stagno-Fortezza vecchia di Livorno*	
P CCXCII	18 4 22 ,7	SF 3521,61
S CCC	138 38 10 ,8	PF 7501,60
F	23 17 26 ,8	PS, Base nuova
	139 S. *Piero in Grado-Stagno-Meloria*	
P CCXCI	39 7 58 ,9	SM 6354,70
S CCCII	114 23 39 ,4	PM 9169,97
M	26 28 21 ,7	PS, Base nuova

Vertici	Angoli	Lati Opposti
	140 S. *Piero in Grado-Fanale-Meloria*	
P ccxci — ccxciii	19° 42′ 53″,6	FM 3150t,5
F cclxxxii — cclxxxi	100 55 31 ,1	GM . . tr. 13
M	59 21 35 ,3	GF 8035,3
	141 *Pisa-Fanale-S. Piero in Grado*	
P cclxxxiv	20 32 55 ,3	FG. . . tr. 14
F cclxxxi	7 39 9 ,3	PG 3048,8
G	151 47 5 ,4	PF 18817 ,
	142 *Pisa-Fortezza vecchia-S. Piero in Grado*	
P cclxxxiv + cclxxxv	21 7 34 ,1	FG. . . tr. 138
F cclxxxix	8 25 8 ,7	PG 3047,4
G=G 141 — ccxciii + ccxcii	150 27 12 ,3	PF 10263,3
Somma	179 39 55 ,1	
	143 *Pisa-S. Piero in Grado-Marzocco*	
P cclxxxvi	19 36 32 ,5	GM . . tr. 13
G=G 141 — ccxciii + ccxciv	151 35 54 ,5	PM 9488,2
M	8 47 53 ,0	PG 3049,17

Triangoli lungo la Base

N. B I numeri arabici fra parentesi richiamano gli angoli corrispondenti osservati lungo la base e riportati di sopra a pag. 162, 163, 164.

N	Vertici	Angoli	Lati Opposti
I	P (3)	39° 10′ 2″,5	BS 138^b 17^s 9^d,1
	B (1)	94 5 55 ,0	PS 219 6 9 ,1
	S	46 44 2 ,5	BP 160 2 6 ,9 misurat
II	P (4)-(3)	38 42 12 ,5	BB′ 121 12 10 ,7
	B (2)	85 54 5 ,0	PB′ 194 0 11 ,0
	B′ (7)	55 23 48 ,7	BP 160 2 6 ,9 mis.
		180 0 6 ,2	

N	Vertici		Angoli	Lati Opposti
III	P	=(6)	32° 48′ 32″,0	B′B″=273^b 11^s 4^d,2
	B′	(9)	124 35 28 ,0	P B′ 415 13 0 ,2
	B″	(11)	22 36 10 ,0	P B′ . . . . . . tr. II
			180 0 10 ,0	
IV	P	(6)-(5)	27 15 58 ,7	B″ P′ 249 8 11 ,1
	B″	(10)+(11)	102 58 16 ,0	P P′ 530 11 11 ,6
	P′		49 45 45 ,3	B″ P. . . . . . tr. III
V	B″	(19) suppl.	99 37 54 ,0	B″ P′ 586 3 4 ,6
	B‴	(12)	24 48 23 ,3	B″ P′ . . . . . tr. IV
	P′		55 33 42 ,7	B‴B″ 490 6 11 ,4
VI	S′	(13) suppl.	16 26 11 ,7	S‴N 906 9 5 ,0
	S‴	(15)	143 15 48 ,4	S′N 1916 3 9 ,6
	N		20 17 59 ,9	S′S‴ 1111 8 9 ,9 n
VII	S	(21)	4 25 27 ,1	S′ N . . . . . tr. VI
	S′	(13)	165 33 48 ,3	S N 7028 13 9 ,6
	N		12 0 44 ,6	S S′ 5169 17 3 ,6
VIII	S′	(13)	16 26 11 ,7	S⁗N 1531 18 1 ,2
	S⁗	(16)-(17). s.	20 43 41 ,3	S′ N . . . . . tr. VI
	N		142 50 7 ,0	S′S⁗ 3270 12 6 ,7
IX	S″	(14)	5 22 43 ,7	S′′′′′G 1374 18 10 ,1
	S′′′′′	(18)-(19). s.	16 17 54 ,0	S″ G 4116 5 11 ,5
	G		158 19 22 ,3	S″S^v 5417 17 2 ,7 m
X	S⁗	(16)	22 11 45 ,0	S′′′′′ G. . . . tr. IX
	S′′′′′	(18)-(19). s	16 17 54 ,0	S⁗ G 1021 8 2 ,6
	G		141 30 21 ,0	S⁗S^v 2265 8 2 ,2
XI	S′′′′′	(18)	94 58 6 ,0	OP 4326 15 4 ,3 m
	O	(20)	80 21 25 ,0	S^v P 4281 14 4 ,8
	P		4 40 29 ,0	S^v O 353 19 1 ,4
XII	T	(22)	110 40 0 ,0	T′ S 14991 0 3 ,8
	T′		69 18 13 ,4	T S 14988 1 9 ,5
	S		0 1 46 ,6	T T′ 8 8 5 ,5

DIARIO
della misura della nuova Base
con la quantità dei deviamenti accennati a pag. 54.

Giorni	Aste distese	Somma degli intervalli	Totale della misura Obliqua	Totale della misura Diretta	Deviamenti
Sett.					
23	20	4b 2s,58	160b 2s,58		
25	44	9 11 ,32		273b 11s,32	
26	7[illegible]	16 8 ,60		490 8 ,60	
27	8[illegible]	20 14 ,50		418 14 ,50	5s,17
29	9[illegible]	26 3 ,16		578 3 ,16	
30	101	32 13 ,59		638 13 ,59	
Ott.					
1	11[illegible]	39 18 ,43		711 18 ,43	
2,3	26[illegible]	101 2 ,12		1697 2 ,12	4 ,1[illegible]
4	1[illegible]	5 17 ,21		119 17 ,21	2 ,50
6,7	15[illegible]	55 11 ,62		991 11 ,62	6, 60
8	61	22 1 ,29		388 1 ,29	
9	151	56 16 ,24		962 16 ,24	3 ,00
10	12[illegible]	46 5 ,71		808 5 ,71	0 ,50
11	160	48 5 ,96		1008 5 ,96	
13	13[illegible]	34 5 ,51		814 8 ,51	
15	6[illegible]	16 14 ,28		400 14 ,28	3 ,16
16	7	1 16 ,62		43 16 ,62	
16	12[illegible]	55 6 ,59	779 6 ,59		
18	7[illegible]	21 5 ,25	477 5 ,25		
20	200	58 4 ,78	1258 4 ,78		
21	205	58 14 ,45	1288 14 ,45		
22	8	19 4 ,28	525 4 ,28		

Riduzione alla misura diretta	
del 1° tronco obliquo (tr. I, II)	260 10 ,65
degli ultimi (tr. XI)	4081 14 ,40
Totale della Base	14988 11 ,20
Riduzione al centro del Camp.(t.XII)	1 991 0 ,27

Osservazioni d' azimuth

fatte nella Città di Firenze al Campanile della Metropolitana, al Museo, e all' Osservatorio del Collegio delle Scuole Pie in S. Giovannino, verso il tramontar del Sole, dal Barone de Zach. Nota *s* a pag. 105.

I. Stazione, al Campanile della Metropolitana il 5. Dicembre 1808.

	Tempo vero dell' Osservazione	Ang. del Sole col Campan. di Monte Olivet.	Azimuth del Sole col Campanile dal Sud all' Ovest
I. Lembo	5h 24' 23'',25	58° 35' 5''	84° 47' 12'',4
	24 58 ,25	37 56 10	47 1 ,2
	25 39 ,99	37 48 20	47 12 ,2
	26 30 ,23	37 38 45	47 14 ,2
	27 2 ,98	37 32 10	46 56 ,2
	38 28 ,07	35 22 55	47 6 ,5
	3, 1 ,56	35 16 15	47 2 ,7
	39 26 ,05	35 11 55	46 58 ,3
	39 54 ,04	35 6 25	47 2 ,0
	40 21 ,06	35 1 15	46 54 ,7
		Azimuth medio	84 47 4 ,0
II. Lembo	3 27 48 ,22	37 56 45	85 20 10 ,1
	28 24 ,46	37 49 45	20 5 ,9
	28 58 ,71	37 45 15	20 7 ,6
	29 19 ,20	37 39 10	19 56 ,9
	29 41 ,19	37 35 10	20 8 ,5
	40 47 ,03	35 29 35	20 5 ,3
	41 7 ,53	35 25 40	20 0 ,2
	41 34 ,32	35 20 35	19 54 ,4
	42 1 ,32	35 15 35	19 58 ,6
	42 22 ,01	35 11 45	19 57 ,2
		Azimuth medio	85 20 2 .5

Osservazione del centro del Sole

		Tempo vero dell' Osservazione	Tempo vero del Centro	Angolo del Centro	Azimuth del Centro
Lembi	I.	3h 30′ 22″,19	3h 31′ 49″,53	36° 54′ 15″	85° 3′ 33″,5
	II.	33 16 ,87			
	I.	42 47 ,75	3 44 16 ,37	34 34 5	85 3 32 ,5
	II.	45 45 ,00			

Azimuth di Monte Oliveto	
con 10. osservazioni dei due Lembi	85° 3′ 33″,2
con la prima del Centro	85 3 33 ,5
con la seconda	85 3 32 ,5
Medio	85 3 33 ,0
Riduzione al Centro di Stazione	— 9 54 ,0
Angolo di M. Oliv. con l'Osservat. del Museo	49 41 54 ,5
Azimuth del Museo al Centro del Campanile	35 11 44 ,5

II. Stazione all' *Osservatorio* dell' *I. e R. Museo* il 6 Dicembre 1808.

	Tempo vero dell' Osservazione	Angolo Osservato	Azimuth della Torre col Sole
I. Lembo	3h 54′ 0″,10	84° 14′ 5″	32° 1′ 46″,4
	54 24 ,60	18 40	1 54 ,0
	54 43 ,09	21 55	1 47 ,0
	55 1 ,59	25 15	1 46 ,1
	55 17 ,08	28 5	1 47 ,0
		Azimuth medio	32 1 48 ,1
II. Lembo	3 55 41 ,38	83 59 45	31 29 1 ,6
	55 56 ,77	84 2 30	28 58 ,9
	56 14 ,07	5 35	28 55 ,2
	56 35 ,06	9 30	29 2 ,1
	56 51 ,06	12 20	28 58 ,2
		Azimuth medio	31 28 59 ,2

Osservazione del Centro del Sole

	Tempo v. dell' Osserv.	Tempo v. del Centro	Angolo al Centro	Azimuth col Centro
Lem. I.	3h 57' 13",05	3h 58' 44",30	84° 49' 15"	31° 45' 23",1
Lem. II.	4 0 15 ,55			

Azimuth della Torre da 5. osserv. dei Lembi	31 45 23 ,7
dall' Osservazione del Centro	31 45 23 ,1
Azimuth medio	31 45 23 ,4
Riduzione al Centro di Stazione	0 2 41 ,0
Azimuth al centro dell' Osservatorio	31 42 42 ,4
Angolo della Torre col Campanile del Duomo	113 5 40 ,6
	144 48 23 ,0
Angolo del Campanile del Duomo con il Meridiano suddetto, dal *Nord* verso l' *Est*	35 11 37, 0
Detto, trovato di sopra	35 11 44, 5
Medio	35 11 40,75

III. Stazione ***sul terrazzo dell' Osservatorio delle Scuole Pie***

il 3. Decembre 1808.

	Tempo vero dell' Osservazione	Angolo Osservato	Azimuth Osservato
II. Lembo	1 15' 14",91	162° 18' 47",5	143° 25' 58",3
	16 22 ,90	28 37 ,5	54 ,8
	16 50 ,90	35 17 ,5	50 ,0
	17 18 ,89	42 2 ,5	51 ,2
	17 39 ,89	47 12 ,5	57 ,7
		Azimuth medio	142 50 55 ,5
I. Lembo	1 19 7 ,36	162 33 17 ,5	142 51 0 ,7
	33 ,36	39 27 ,5	50 56 ,0
	59 ,35	45 42 ,5	50 56 ,5
	20 25 ,84	51 57 ,5	50 49 ,6
		Azimuth medio	143 25 54 ,4

Osservazioni del Centro del Sole

	Tempo vero dell' Osservazione	Tempo vero del Centro	Angolo al Centro	Azimuth col Centro
Lembi I	1h 12' 29",9	1h 13' 43,2	161° 32' 57",5	143° 8' 29",9
Lembi II	14 56,4			
Lembi I	21 41,3	1 22 54,8	163 45 12,5	143 8 24,2
Lembi II	24 8,3			

Azimuth di *Fiesole* con 9 osservazioni dei Lembi solari	143° 8' 24",9
con la I osservazione del Centro	143 8 29,9
con la II	143 8 24,2
Azimuth di Fiesole al Terrazzo del Collegio	143 8 26,3
Angolo di Fiesole con l' Osserv. del Museo	171 59 48,8
Riduzione al Centro della Cupola	+8 31,0
Angolo del Museo col Meridiano della Cupola del Collegio dal Sud all' Ovest	28 59 53,5

N.B. Quest' Azimuth riprova mirabilmente quelli presi al Campanile del Duomo e all' Osservatorio del Museo. Si ha infatti

Azimuth osservato al Collegio	28° 59' 53',5
Angolo fra il Museo e il Camp. del Duomo	42 59 54,0
Azimuth del Campanile del Duomo	13 59 40,5
Angolo dei due Osservatorj dal Campanile	130 48 34,5
Azimuth del Museo dal Camp. come sopra	55 11 40,8
	66 0 15,1
Supplemento	13 59 44,9

Azimuth di S. Romolo a Marliano, *e quindi del centro della Torre dell' I. e R.* Museo di Fisica *di Firenze col Meridiano della Specola delle Scuole Pie, osservato e calcolato dal Sig.* Cosimo Del Nacca. Vedasi la nota *s*.

I. Osservazione, il dì 27 Novembre 1817

Tempo vero dell' Osservaz.	Centro del Sole Arco percorso	Centro del Sole Arco semplice	Azimuth calcolato del Sole	Azimuth del Campanile
4.or. 7′47″,5 8 47 ,5	39°58′30″	19°59′ 15″,[illegible]	55°39′33″,0	75°58′ 48″,[illegible]
10 24 ,7 11 28 ,7	78 59 35	19 44 55 ,[illegible]	55 53 49 ,4	45 ,[illegible]
13 35 ,5 14 59 ,9	116 49 0	19 28 10 ,[illegible]	56 10 33 ,3	45 ,[illegible]
17 15 ,5 18 15 ,5	153 24 55	19 10 36 ,[illegible]	56 28 10 ,3	47 ,[illegible]
19 57 ,9 21 49 ,1	188 54 25	18 53 26 ,5	56 45 24 ,4	50 ,[illegible]
23 45 ,9 24 59 ,9	223 11 20	18 35 56 ,7	57 3 3 ,6	60 ,3

II. Osservazione, il dì 28 Novembre 1817.

4 7 56 ,5 8 59 ,7	40 8 20	20 4 10	55 34 34 ,4	75 58 44 ,4
10 46 ,5 11 45 ,7	79 16 40	19 49 10	55 49 36 ,5	46 ,5
13 41 ,3 14 52 ,1	117 20 55	19 33 29 ,[illegible]	56 5 21 ,9	51 ,1
16 30 ,9 17 24 ,5	154 28 ,0	19 18 30 ,0	56 20 23 ,8	55 ,8
19 18 ,5 20 18 ,1	190 34 40	19 3 28 ,[illegible]	56 55 27 ,8	53 ,8
22 6 ,1 23 11 ,7	225 41 50	18 48 29 ,[illegible]	56 50 30 ,6	60 ,8

Azimuth medio da 24 ripetizioni	75 59 0 ,5
Angolo Museo-S. Romolo con 9 ripetizioni	46 58 29 ,[illegible]
con 10	29 ,[illegible]
Azimuth del Museo col Meridiano dell' Osserv.	29 0 31 ,3

A[illegible]uth del Campanile di una Chiesa sui poggi di Malmantile, quindi dal Museo di Fisica *col Meridiano della Specola delle Scuole Pie di Firenze osservato il dì* 29 *Novembre* 1817 *dal Sig.* Giuseppe Pedralli, *calcolato dal Sig.* Cosimo Del Vacca.

I. Serie

Tempo vero dell' Osservaz	Centro del Sole Arco percorso	Centro del Sole Arco semplice	Azimuth calcolato del Sole	Azimuth del Campanile
4.or. 0' 37",7 1 40 ,9	55°25' 10"	27 42 35	85°35' 4",2	81°51' 28",2
3 5 ,7 3 58 ,1	109 59 20	27 29 50	21 47 ,8	37 ,8
5 18 ,9 5 42 ,5	193 48 0	27 18 0	33 32 ,8	32 ,8
7 17 ,3 8 0 ,5	216 52 40	27 6 35	44 58 ,0	33 ,0
9 12 ,9 9 51 ,7	269 17 20	36 55 44	55 53 ,9	37 ,9
10 55 ,3 11 26 ,1	321 7 10	26 45 36	66 6 ,9	42 ,7

II. Serie

Tempo vero dell' Osservaz	Centro del Sole Arco percorso	Centro del Sole Arco semplice	Azimuth calcolato del Sole	Azimuth del Campanile
4 12 33 ,7 13 13 ,7	51 13 0	25 36 50 ,0	56 15 10 ,1	81 51 40 ,1
14 15 ,3 14 50 ,1	101 50 50	27 42 ,5	23 57 ,7	40 ,2
15 51 ,7 16 21 ,7	151 54 50	19 8 ,3	32 27 ,0	55 ,3
17 25 ,5 17 54 ,9	201 26 30	10 48 ,8	40 48 ,4	37 ,2
18 50 ,9 19 21 ,7	250 27 20	2 44 ,0	48 52 ,8	36 ,7
20 18 ,1 20 49 ,7	298 57 30	54 47 ,5	56 50 ,1	37 ,6

Azimuth medio dalle due serie con 24 osservaz.	81 51 40 ,1
Angolo Museo-Campanile con 9 ripetizioni	52 51 24 ,9
con 10	25 ,8
Azimuth del Museo coll' Osserv. delle Scuole Pie	29 0 15 ,1

Azimuth dell' Osservatorio *di* Pisa *e quindi del* Mastio *di Volterra osservato il di* 3 *Novembre* 1817 *a* Santo Pietro *dal* Sig. Giuseppe Pedralli *e calcolato dal* Sig. Cosimo Del Nacca. Vedasi a pag. 106 .

Tempo vero dell' Osservaz.	Centro del Sole Arco percorso	semplice	Azimuth calcolato del Sole	Azimuth dell' Osservator.
		I. Serie		
4h 44 26 ,2 45 3 ,0	122 28 50	61 14 25	66 10 40 ,8	127 25 5,8
45 47 ,4 46 20 ,2	244 29 50	61 7 27 ,5	17 37 ,7	5,2
47 5 ,4 47 37 ,8	6 5 30	61 0 55 ,0	24 25 ,7	20,7
48 25 ,4 48 55 ,0	127 12 30	60 54 5 ,8	51 18 ,7	22,5
		II. Serie		
4 49 55 50 11 ,4	247 54 10	60 20 50 ,0	67 4 55 ,9	127 25 25,9
50 50 ,2 51 15 ,4	8 11 0	14 37 ,5	10 41 ,9	19,4
51 51 ,0 52 17 ,4	128 7 10	9 6 ,7	16 17 ,5	24,2
52 59 ,4 53 29 ,0	247 58 10	3 12 ,5	22 8 ,1	20,6
		III. Serie		
4 54 31 ,4 55 3 ,0	6 37 10	59 29 30 ,0	67 55 46 ,2	127 25 16,2
56 31 ,4 57 4 ,2	124 54 0	18 57 ,5	68 6 12 ,8	10,3
57 41 ,8 68 7 ,2	242 48 50	11 46 ,7	13 34 ,0	20,7
59 2 ,2 59 15 ,8	0 18 50	5 5 ,0	20 10 ,8	15,8
59 55 ,4 60 19 ,9	117 28 0	58 58 69 ,0	26 21 ,6	20,6

Azimuth medio da tre Serie e con 26 osservaz.	127 25 21,2
Angolo Volterra-Pisa=CCLXXVII + CCLXXX	167 40 54,4
Azimuth di Volterra	319 44 46,8
Riduzione al centro di Stazione	+ 10,4
Azimuth di Volt. al centro dal Sud verso l' Ovest	319 44 57,2

Azimuth del Campanile di una Chiesa sui poggi di Malmantile, quindi del Museo di Fisica *col Meridiano della Specola delle Scuole Pie di Firenze osservato il dì 29 Novembre 1817 dal Sig.* Giuseppe Pedralli, *calcolato dal Sig.* Cosimo Del Vacca.

I. Serie

Tempo vero dell' Osservaz	Centro del Sole Arco percorso	Centro del Sole Arco semplice	Azimuth calcolato del Sole	Azimuth del Campanile
4.or. 0' 37",7 1 40 ,9	55°25' 10"	27 42 35	85°35' 4",2	81°51' 28",2
3 5 ,7 3 58 ,1	109 59 20	27 29 50	21 47 ,8	37 ,8
5 18 ,9 5 42 ,5	193 48 0	27 18 0	33 52 ,8	52 ,8
7 17 ,3 8 0 ,5	216 52 40	27 6 35	44 58 ,0	33 ,0
9 12 ,9 9 51 ,7	269 17 20	56 55 44	55 53 ,9	37 ,9
10 55 ,3 11 26 ,1	321 7 10	26 45 36	66 6 ,9	42 ,7

II. Serie

4 12 33 ,7 13 13 ,7	51 13 0	25 36 50 ,0	56 15 10 ,1	81 51 40 ,1
14 15 ,3 14 50 ,1	101 50 50	27 42 ,5	23 57 ,7	40 ,2
15 51 ,7 16 21 ,7	151 54 50	19 8 ,3	32 27 ,0	55 ,3
17 25 ,5 17 54 ,9	201 26 30	10 48 ,8	40 48 ,4	37 ,2
18 50 ,9 19 21 ,7	250 27 20	2 44 ,0	48 52 ,8	36 ,7
20 18 ,1 20 49 ,7	298 57 30	54 47 ,5	56 50 ,1	37 ,6

Azimuth medio dalle due serie con 24 osservaz.	81 51 40 ,1
Angolo Museo-Campanile con 9 ripetizioni	52 51 24 ,9
con 10	25 ,8
Azimuth del Museo coll' Osserv. delle Scuole Pie	29 0 15 ,2

Azimuth dell' Osservatorio *di* Pisa *e quindi del* Mastio *di Volterra osservato il di* 3 *Novembre* 1817 *a* Santo Pietro *dal* Sig. Giuseppe Pedralli *e calcolato dal* Sig. Cosimo Del Nacca. Vedasi a pag. 106.

Tempo vero dell' Osservaz.	Centro del Sole Arco percorso	Centro del Sole Arco semplice	Azimuth calcolato del Sole	Azimuth dell' Osservator.
		I. Serie		
or·44 26 ,2 45 3 ,0	122 28 50	61 14 25	66 10 40 ,8	127 25 5,8
45 47 ,4 46 20 ,2	244 29 50	61 7 27 ,5	17 37 ,7	5,2
47 3 ,4 47 37 ,8	6 5 30	61 0 55 ,0	24 25 ,7	20,7
48 25 ,4 48 55 ,0	127 12 30	60 54 5 ,8	31 18 ,7	22,5
		II. Serie		
4 49 33 ,? 50 11 ,4	247 54 10	60 20 50 ,0	67 4 35 ,9	127 25 25,9
50 50 ,2 51 15 ,4	8 11 0	14 37 ,5	10 41 ,9	19,4
51 51 ,0 52 17 ,4	128 7 10	9 6 ,?	16 17 ,5	24,2
52 59 ,4 53 29 ,0	247 58 10	3 12 ,5	22 8 ,1	20,6
		III. Serie		
4 54 31 ,4 55 3 ,0	6 37 10	59 29 30 ,0	67 55 46 ,?	127 25 16,2
56 31 ,4 5? 4 ,2	124 54 0	18 57 ,5	68 6 12 ,8	10,3
57 41 ,8 68 7 ,2	242 48 50	11 46 ,7	13 34 ,0	20,7
59 2 ,? 59 15 ,8	0 18 50	5 5 ,0	20 10 ,8	15,8
59 55 ,4 60 19 ,91	117 28 0	58 58 69 ,0	26 21 ,6	20,6

Azimuth medio da tre Serie e con 26 osservaz.	127 25 21,2
Angolo Volterra-Pisa=CCLXXVII+CCLXXX	167 40 34,4
Azimuth di Volterra	319 44 46,8
Riduzione al centro di Stazione	+10,4
Azimuth di Volt. al centro dal Sud verso l' Ovest	319 44 57,2

Osservazioni della Polare *sopra e sotto il Polo fatte nel* 1808 *dal Barone* De-Zach *nelle Scuole Pie di Firenze in ricerca della* latitudine *dell' Osservatorio* (vedasi a pag. 125 nota c').

	Ora del Cron.	A		Ora del Cron.	A
6 Decembre. Equazione del Cron. 4' 35'',98	0h 39' 38''	— 10' 44'',6	7 Decembre. Equazione del Cron. 4' 24'',68	0h 43' 17''	— 7' 17'',3
	40 30	9 52 ,6		43 59	6 25 ,3
	42 14	8 8 ,6		44 52 ,5	5 41 ,8
	43 3	7 19 ,6		45 32	5 2 ,3
	44 20 ,5	6 2 ,1		46 14	4 20 ,3
	45 3 5	5 19 ,1		46 48	3 46 ,3
	45 51	4 31 ,6		47 24	3 10 ,3
	46 22	4 0 ,6		48 4	2 30 ,3
	47 21	3 1 ,6		48 51	1 43 ,3
	47 59	2 23 ,6		49 31	1 3 ,3
	49 48 5	0 34 ,1		50 10	0 24 ,3
	50 51	+ 0 31 ,6		50 40	+ 0 5 ,7
	51 28	1 5 ,4		51 20	0 45 ,7
	52 3	1 40 ,4		52 2	1 27 ,7
	52 47	2 24 ,4		52 42	2 7 ,7
	53 28 5	3 5 ,9		53 20	2 45 ,7
	54 7 5	3 44 ,9		53 58	3 23 ,7
	54 50 5	4 27 ,9		54 34	3 59 ,7
	55 35	5 12 ,4		55 38 5	5 4 ,2
	56 11	5 42 ,4		56 23	5 48 ,7
	57 57 5	7 34 ,9		58 32	7 57 ,7
	58 52	8 29 ,4		59 11	8 46 ,7
	1 0 7	9 44 ,4		59 56	9 21 ,7
	1 0 5	10 37 ,9		1 0 51	9 56 ,7
	1 49	11 26 ,4		1 28	10 53 ,7
	2 38	12 15 ,4		2 2	11 27 ,7
	3 33	13 10 ,4		2 43	12 8 ,7
	4 10	13 47 ,4		3 15	12 40 ,7
	4 56	14 33 ,4		3 55	13 20 ,7
	5 28	15 5 ,4		4 28 5	13 54 ,2

Σ A² = 1985',854; Σ(A·10)⁴ = 26',73		Σ A² = 1564'',303; Σ(A:10)⁴ 18,45	
Bar. 28 poll. 0,0	Ter. + 7°,0	Bar. 27 poll. 4,75	Ter + 7°,5
Arco percorso	1335° 2' 33'',78	Arco percorso	1335° 3' 27'', 5
ΔZ.D	— 1 59 ,50	ΔZ.D	— 1 34 ,14
Arco semplice	44 30 1 ,21	Arco semplice	44 30 3 ,78
Refrazione	+ 57 ,44	Refrazione	+ 56 ,34
Decl. della Stella	88 17 39 ,22	Decl. della Stella	88 17 39 ,45
Latitudine	43 46 40 ,65	Latitudine	43 46 39 ,33

8 Decembre — Equazione del Cronometro 4' 11'',36 | 11 Decembre — Equazione del Cronometro=3' 31'',39

Ora del Cron.	A	Ora del Cr.	A
0h 43' 32''	— 7' 14''	0h 38' 3''	— 13' 21'',3
44 26	6 20	38 56	12 28 ,3
45 11	5 35	39 36	11 45 ,3
45 44	5 2	40 27	10 57 ,3
46 20	4 26	41 9	10 15 ,3
46 52	3 54	41 57	9 32 ,3
47 35	3 11	42 38	8 46 ,5
48 10	2 36	43 29	7 55 ,5
50 13	0 33	44 16	7 8 ,3
50 57	+ 0 11	44 59 8	6 24 ,5
51 53	0 47	47 36	3 48 ,3
52 25 ,5	1 39 5	48 21	3 3 ,3
53 15 5	2 29 5	49 17	2 7 ,3
53 56	3 10	49 57	1 27 ,3
54 44	3 58	50 34	0 50 ,3
55 25	4 39	51 20	0 4 ,5
56 26 5	5 40	52 11	+ 0 46 ,7
57 12	6 26	52 57	1 32 ,7
57 59	7 13	53 38	2 13 ,7
58 40	7 54	54 17	2 52 ,7
1 0 49	10 3	55 38	4 13 ,7
1 25	10 39	56 28	5 3 ,7
2 48	12 2	57 1	5 36 ,7
3 25	12 39	57 43	6 18 ,7
4 10	13 24	58 44	7 19 ,7
4 43 5	12 57 5	59 26	8 1 ,7
5 59	15 13	1 0 4	8 39 ,7
6 35	15 49	0 48	9 23 ,7
7 15 5	16 29 5	2 4	10 39 ,7
7 56	17 10	2 18	11 33 ,7

ΣA^2=2388',233; $\Sigma(A:10)^4$=43,40		ΣA^2=1711',973, $\Sigma(A:10)^4$=17,80	
Bar. 27 poll. 5,5 Ter. +6° 5		Bar. 27 poll. 11,75 Ter. +3°5	
Arco percorso	1335° 2' 49''	Arco percorso	1335 1 16 0
ΔZ.D	—2 23 ,71	ΔZ.D	—1 43 05
Arco semplice	44 30 0 ,84	Arco semplice	44 29 59 10
Refrazione	+56 74	Refrazione	+58 65
Decl. della Stella	88 17 39 ,68	Decl. della Stella	88 17 40 28
Latitudine	43 46 42 10	Latitudine	43 46 42 53

15 Decembre — Equazione del Cronometro 7' 46",55

Ora del Cron.	A
0h 36' 41"	−10' 26",9
37 20,5	9 47,4
38 8	8 59,9
38 54	8 13,9
40 44	6 23,9
41 41	5 26,9
42 18 5	4 49,4
43 6	4 1,9
44 1	3 6,9
44 56	2 31,9
46 13 5	0 54,9
47 1	0 6,4
47 56	+ 0 48,9
48 57	1 29,1
49 21	2 13,1
49 56 5	2 48,1
50 54	3 46,6
51 26 5	4 18,1
52 51	5 43,6
53 27	6 19,1
55 1	7 55,1
55 52	8 44,1
56 45	9 37,1
57 32	10 24,1
58 27 5	11 19,6
59 12	12 4,1
1 0 3	12 55,1
0 43	13 35,1
1 50	14 42,1
2 27	15 19,1

ΣA² = 2017',312; Σ(A:10)⁴ = 27',00	
Bar. 28 poll. 0,5	Ter. + 2,0
Arco percorso 1335	1 40,75
ΔZ.D	− 2 1,4
Arco semplice	44 29 59,31
Refrazione	+ 59,22
Decl. della Stella	88 17 30 76
Latitudine	43 46 42,24

12 Decembre — Equazione del Cronometro 5' 11",75

Ora del Cron.	A
12h 34' 53"	−16' 50"
37 25	14 18
39 7	12 56
43 43	8 0
44 28	7 15
45 23	6 20
46 22	5 21
47 15	4 28
48 13	3 30
48 50	2 53
49 59	1 44
50 48	0 55
51 41	0 2
52 34	+ 0 51
53 51	2 8
54 37	2 54
57 27	5 44
58 1	6 18
58 53	7 10
59 44	8 1
13 0 31	8 48
1 13	9 30
2 1	10 18
2 34	10 51

N. B. In questo e nel seguente giorno la Stella fu osservata sotto del polo.

ΣA² = 1469,746; Σ(A:10)⁴ = 20,5	
Bar. 27 poll. 11,0	Ter. + 2,0
Arco percorso 1149	46 55,25
ΔZ.D	− 1 23,55
Arco semplice	47 54 30,79
Refrazione	+ 1 6,39
Dist.* dall' Equat.	91 42 19,36
Latitudine	43 46 42,18

13 Dec. Equaz. del Cr. 6' 16'',55

Ora del Cron.			A
12ʰ	37'	30''	— 9' 7'',6
	58	8	8 29 ,6
	39	28	7 9 ,6
	40	19	6 18 ,6
	42	20	4 17 ,6
	43	13 5	3 24 ,6
	44	10	2 27 ,1
	44	53	1 44 ,6
	49	32	+ 2 54 ,6
	50	55	3 57 ,4
	51	26	4 48 ,4
	53	12	6 34 ,4

$A^o = 7' 6'',127$; $\Sigma (A:10)^4 = 18,43$

Bar. 28 1,0 Ter.	+ 4 ,0
Arco percorso	1335° 2' 35'',78
Δ Z.D	— 22 ,38
Arco semplice	47 54 52 ,41
Refrazione	+ 1 6 ,23
Decl. della Stella	91 42 29 12
Latitudine	43 46 40 ,67

Recapitolazione

Culminazione superiore

Risultati semplici

Epora	N. delle Osserv.	Latitudine
Dic. 6	30	43° 46' 40'',67
7	30	39 ,33
8	30	42 ,10
11	30	42 ,63
13	30	42 ,23
Risultati combinati		
Dic. 6	30	43 46 40 ,67
7	60	40 ,00
8	90	40 ,70
11	120	41 ,13
13	150	41 ,14
Culminazione Inferiore		
Risultati semplici		
Dic. 12	24	43 46 42 ,18
13	13	40 ,58
Risultati combinati		
Dic. 12	24	43 46 42 ,18
13	36	41 ,64

Dal Passaggio super. con 150 osservazioni	43° 46' 41'',14
Dall' inferiore con 36 osservazioni	43 46 41 ,64
Latitudine con 186 osservazioni	43 46 41 ,39

Tutte queste osservazioni, come pur le seguenti, sono state fatte con un circolo ripetitore di Reichenbach *di un piede di diametro, e i di cui quattro nonj davano immediatamente 4'', e 2'' a stima. La refrazione è stata calcolata secondo le tavole del celebre Sig.* Carlini *inserite nell' Effemeridi di Milano* 1808 *pag.* 45. *La declinazione media della polare è stata supposta di* 88° 17' 0'',84 *secondo i resultati ottenuti a* Marsilia, *con più di cinquecento osservazioni. La variazione annua della medesima stella in declinazione è stata valutata di* 19'',26. *Il metodo del Calcolo è quello che si ha in una memoria del Sig. Carlini inserita nell' Effemeridi di Milano del* 1809*: e nell' opera sull' attrazione del* Monti *a pag* 82.

Risultati delle osservazioni sulla Stella Polare e sulla Stella β dell' Orsa minore al di sopra e al di sotto del Polo, fatte in ricerca della Latitudine dell' Osservatorio di Pisa dal Barone de Zach. Vedasi a pag. 125.

Stella Polare

Culminazione superiore			Culminazione Inferiore		
Ep. delle Osserv.	Num	Latitudine dell' Osserv.	Ep. delle Osserv.	Num	Latitudine dell' Osserv.
1808			1809		
Dec. 29	30	43° 43′ 10″,69	Gen. 8	30	43° 43′ 10 ,97
1809			17	60	11 ,16
Gen. 9	60	11 ,64	18	90	11 ,88
11	90	11 ,86	Dalla Culmin. sup.		11 ,68
14	120	11 ,68	Media con 210 os.		43 43 11 ,78

β dell' Orsa minore

1809			1809		
Gen. 17	30	43 43 11 ,00	Gen. 14	30	43 43 11 ,79
18	60	11 ,86	19	60	11 ,50
Feb. 13	90	11 ,91	21	90	11 ,54
16	120	11 ,76	23	122	11 ,89
			1	152	11 ,39
			7	174	11 ,76
Dalla Culmin. superiore					43 43 11 ,76
Media con 204 osservazioni					43 43 11 ,76
Media come sopra dalla Polare					43 43 11 ,78
Media dalle due Stelle con 504 osservazioni					43 43 11 ,77

Alla nota *k'* ho dato avviso di un nuovo e facile metodo immaginato e praticato dal Sig. Barone de-Zach, per misurare una base quanto si voglia lunga in qualunque qualità di terreno: e poichè nel momento appunto, che ero per impor termine a questi miei scritti, mi è pervenuta altra lettera dello stesso Sig. Barone de Zach, nella quale Egli si è compiaciuto di darmi un minuto ragguaglio di questa sua preziosa invenzione, stimo a proposito di darne qui conto: tanto più che trovandosi una

qualche analogia fra questo metodo e quello che ho detto aver'io medesimo seguitato nella verificazione della mia base, può dunque il mio ottener molto peso e valore dal valore e dal peso dell'altro. Riporterò l'articolo della lettera nel suo idioma originale; ma risparmierò la figura che ognuno può facilmente costruirsi da se medesimo.

Articolo di Lettera del Sig. Barone de Zach

Vous savez, mon réverend Pere, que la Ville de Génes, est enclavée entre deux torrens, l'un appellé Bisagno *l'autre* Polcevera. *Comme les lits de ces torrents sont à sec en été, l'idée m'est venu de mesurer une base dans le lit, et sur le gravier de ces torrens. J'ai tourné d'abord mes regards sur la* Polcevera, *et en examinant le lit de ce torrent, j'ai trouvé un morceau, dans le quel l'eau coule à peu près en ligne droite à une distance de quatre mille Métres, et comme ce lit (comme tous les lits des torrens à leur embouchure) est très large, j'ai reconnu que je pouvais mesurer une base de 4000 Métres diagonalement, en passant d'une rive du torrent à l'autre. Ayant trouvé cette heureuse localité, je me suis mis tout de suite à l'Oeuvre, et j'ai commencé ma Mesure le 14 Octobre. C'était un peu tard à la verité, car vers la fin de ce mois le saison de pluies arrive dans les Montagnes, et les torrens coulent tout à coup avec des grandes masses d'eau, qui m'auraient chassée de mon champ de bataille, ce qui aurait été d'autant plus facheux, que je ne pourais pas m'arreter à moitié chemin; je devais mesurer ma base d'une rive à l'autre*

tout d' un trait, sans cela tout était perdu, je ne pourais pas marquer et fixer dans le lit du torrent, dans le sable et le gravier, le point où je me serais arreté. Le plus gros pieu, la plus grosse pierre où colonne, que j'y aurais planté, aurait èté renversé par la violence du torrent, car je ne pouvais y batir que sur le sable.

Voici maintenant le moyen que j'ai pris pour sauver ma base, et pour aller plus vite, et en poste. *Aprés avoir mesuré une portion de la base* AH *de* 456 *métres, j'ai erigé en* H *une perpendiculaire, c' est à dire, je me suis placé avec mon théodolite sur le point* H, *ayant tourné le cercle-vernier avec sa lunette à angles droits avec* A *et* B, *direction de la base, j'ai fait planter un Signal en* K *et en* L *à une distance arbitraire, desorte que le fil vertical dans la lunette coupait très exactement ces signaux, qui n' etaient que des petits batons cilindriques fort courts, et très exactement tournées. La distance* HR *n' etait que de* 540 *Metres, la distance* HL *de* 555 *métres. Mais cela est indifferent ces distances ne sont pas mêmes necessaires à connaitre, je les marque seulement pour vous faire voir, avec quelle précision, on pourait placer ces petits batons cilindriques peints en blanc et en noir par bandes, et qui n' avaient qu' un pouce de diamètre. Le fil de la lunette les coupait, et les bissectait avec une grande exactitude à des si petites distances, et on obtenait par là avec une grande justesse le centre de ces batons. Pour les placer, on donnait les signes à celui qui etait chargé de les planter, d' aller à droite, à gauche, jusqu' à ce que le fil vertical de la lunette eut parfaitement coupé des petits batons bigarrés, qui n' etaient guere plus hauts qu'un demi pied pour eviter le*

défaut de verticalité qui aurait pu avoir lieu, si ces batons avaient èté plus hauts; au reste on les bissectait toujours à la racine, ou aù point, ou ils sortaient de la terre.

Vous conçevez encore, combien il est facile de plncer la lunette à angle droit, et de former ces quatre angles autours de H. *On y reuissèrait avec l'instrument le plus imparfait, d'autant plus avec des thèodolites comme les nôtres.*

Ces points K *et* L *etant marqués, je me suis transporté avec mon Instrument en* K. *La, j' ai pris avec le théodolite l' Angle* AKH, *et je l' ai transporté en* I, *ee qui était très facile à executer; je n' avais pas méme besoin pour cela de connaitre la valeur de l' angle* AKH=HKI; *je n' avais qu' a tourner mon theodolite, et pointer la lunette infèrieure qui était dirigée vers* A, *sur* H; *la lunette supérieure qui tombait sur* H, *était placée alors dans la direction* KI. *En* I *était placée la personne avec un petit baton cilindrique. Moi placé en* K *lui donnais la signal d' avancer, ou de reculer jusqu' a ce que le fil de ma lunette avait exactement bisecté le baton qu' il plantait alors en terre, en y marquant le centre. En* A *était une autre personne avec une simple lunette dans le foyer de la quelle il y avait un fil vertical. La personne en* I *observait les signaux non seulement que je lui donnais en* K, *mais aussi ceux que lui donnait la personne placée avec la lunette en* A, *a fin que le baton en* I *soit dans ln direction de la base* AB. *Ce ne fut que lorsque les signaux donnés en* K *et en* A, *que tout est bien, c' est à dire que le baton en* I *a été coupé par le fil du thèodolite en* K, *et par le fil de la lunette en* A *en méme tems, que ce baton fut planté et marqué par un point sur le terrein. Ainsi en moins de 2 heures, j'avais*

determinè une distance HI *de* 456 *Mètres la même distance que* AH, *à la mesure de la quelle* j'*avais employé trois jours . Mais je ne me suis pas contenté d' avoir dèterminè ainsi la distance* HI , *je l' ai aussi mesurée effectivement avec mes perches, pour verifier avec quelle précision j' ai obtenu par la nouvelle methode cette distance. Après la mesure effective j' ai trouvé à* un millimetre *près la même distance de* 456 *Mètres. Cette extreme precision etait assurement un hazard; je ne me suis donc pas contenté d' un seul Essai , j' en ai même repété plusieurs . J' ai continué ainsi d' eriger encore cinq perpendiculaires, j' ai determinée par ma methode et par une* mesure effective, *toutes les portions de la base , exceptè les trois dernier morceaux , ce que l' Eau qui est venu avec violence m'a empeché de faire ; mais cette mesure n'etait nullement necessaire: car ayant erigè en tout sept perpendiculaires ,* j' *ai verifiè par la mesure effective , quatre portions de la base, qui se sont toujours accordées à peu des millimétres près avec ce que* j' *avais determiné avec ma methode, la plus grande difference a été une seule fois de* 19 *Millimètres .*

Ma base totale a été (en omettant les grandes fractions)metres 3976,17. *L'Eté prochain, quand toutes les Eaux de la Polcevera seront ecoulées, je mesurerai encore une fois avec mes perches toute cette base ,* je *répeterai l' Essai avec d' autres perpendiculaires, differentes de celles que* j'*ai deja erigés , et nous verrons comment cette base s' accordera encore . Vous voyez à present , Mon reverend Pere, quels avantages presente cette mèthode expeditive de se procurer des bases très longues en fort peu de tems* , ec.

Scelta di posizioni Geografiche relative a varj punti della Toscana e provenienti dalla nostra triangolazione.

	Longitudini			Latitudini		
S. Agnese, *Pieve, in Chianti*	28°	54′	4″,0	43°	29′	12″,0
S. Alluccio		38	0,5		49	1,7
Altopascio		20	42,5		49	6,1
Artimino, *Villa Bartolommei*		42	51,8		47	8,5
Barberino di Val d' Elsa, *Porta Sen.*		50	28,8		32	45,6
Bibbiana, *Villa Frescobaldi Ridolfi*		40	13,7		44	42,2
Bibbona, *Forte sul littorale*		11	50,0		14	29,1
Bientina, *Campanile*		17	26,8		42	47,2
Borghetto, *in Val d' Elsa*		50	32,5		33	35,1
Brozzi, *Campanile*		49	57,4		47	57,6
Butinaccio		41	48,4		41	18,9
Calafuria, *Torre sul littorale*		0	7,2		28	34,3
Calenzano, *Campanile*		49	56,0		52	1,4
Campi, *Pieve*		48	21,8		49	32,7
Capraja, *Campanile*		41	13,8		44	16,8
Carmignano, *Campano*		40	59,4		48	55,8
S. Casciano, *MM. Osservanti*		51	6,5		39	41,0
Cascina, *Campanile*		13	7,2		40	50,3
Casole, *Prepositura*		42	46,5		20	44,1
Castagneto, *Forte sul littorale*		12	29,2		10	43,2
Castel Falfi, *Campanile*		34	36,1		32	43,8
Castel Fiorentino, *Prepositura*		18	29,4		36	38,7
Castel Franco di sopra	29	13	25,0		37	21,0
di sotto	28	19	59,3		39	7,7
Castellina del Chianti *Camp.*		57	24,4		28	23,5
Castel nuovo *di Val d' Elsa*		36	26,0		38	24,8
Castiglioncello, *Torre sul littorale*		4	32,9		24	28,8
Cecina, *Forte del littorale*		9	31,3		18	15,2

	Longitudini	Latitudini
Certaldo, *Campanile maggiore*	28° 42′ 14″4	43° 31′ 8″7
Chianni, *Campanile*	16 28,4	30 19,8
Cocollo	29 16 32,5	37 5,0
Colle, *Cattedrale*	28 47 24,4	25 33,6
Comeana	43 50,0	47 49,0
Cortona, *Fortezza*	29 39 50,1	16 50,1
S.Croce, *Collegiata*	28 22 7,3	39 44,0
Doccia, *Villa Ginori*	28 53 9,5	50 33,3
S.Donato, alla Torre a Conia	29 3 3,9	43 26,6
Empoli, *S. Agostino*	28 37 0,2	43 20,5
Fiesole, *Cattedrale*	57 45,9	48 38,7
Figline, *Chiesa maggiore*	29 8 33,3	37 15,2
Fucecchio	28 23 48,0	40 55,5
Galatrona, *Torre*	29 14 14,0	28 13,6
Gambassi, *Prepositura*	28 37 51,2	32 36,0
S. Geminiano, *Palazzo pubblico*	42 48,0	28 17,3
Giaccherino, *Campanile*	32 45,0	55 43,4
S. Giovanni, *Chiesa maggiore*	29 12 0,3	34 4,0
S. Giusto in Piazzanese	28 44 18,8	52 14,4
Gropina, *Campanile*	29 16 6,6	35 14,3
Guardistallo, *Campanile*	28 18 11,0	19 1,1
Impruneta, *Cappella SS. Marie*	55 43,3	41 4,6
Incontro	29 2 53,9	45 20,6
La[illegible], *Prepositura*	28 15 44,9	34 11,0
Lastra a Signa, *Misericordia*	46 26,3	46 23,9
Legoli, *Campanile*	27 59,3	31 0,7
Livorno, *Fanale*	27 57 52,7	32 50,7
Fortezza vecchia	58 19,8	33 20,3
Marzocco	59 37,9	34 11,9
Lucardo, *Villa Nuti*	28 47 17,8	36 11,4

	Longitudini			Latitudini		
Marcialla, *Campanile*	28°	48′	34″4	43°	34′	41″3
S. Maria a Monte, *Campanile*		16	51,4		39	0,2
Meloria	27	56	57,6		38	6,0
S. Miniato, *Rocca*	28	31	21,9		41	3,8
Montajone, *Pieve*		34	57,9		33	23,2
Montale, *Campanile*		41	10,9		56	19,6
Monte Castello		24	18,3		44	2,0
Monte Catini di Val di Cecina		5	16,1		23	46,1
di Val di Nievole		27	30,8		53	52,8
Monte Falcone, *Villa Guerrazzi*		24	2,6		43	52,4
Monte Gufoni, *Villa Acciajoli*		45	34,2		40	25,5
Monte Lupo		41	31,3	43	44	5,5
Monte Murlo, *Campanile*		41	2,3	44	0	24,2
Monte Scudajo, *Campanile*	28	17	40,8	43	19	48,9
Monte Senario	29	0	12,1		53	56,1
Monte Varchi, *Collegiata*	29	14	16,1		31	37,7
Montopoli, *Rocca*	28	25	52,3		40	25,1
Morrona, *Badia*		19	17,9		32	30,5
Nugola, *Villa Lenzoni*		7	11,4		34	54,9
Orciatico, *Campanile*		23	25,6		26	20,1
Peccioli, *Prepositura*		21	23,8		36	51,7
Petrognano, *Villa da Cepperello*		41	17,4		43	17,8
S. Piero in Grado		0	58,0		41	0,0
Pietramarina		38	58,1		47	38,9
Pistoja, *Palazzo Vescovile*		34	48,7		56	4,6
Poggibonsi, *Collegiata*		48	58,4		28	13,3
Pomarance, *Arcipretura*		32	58,6		18	9,5
Ponsacco, *Campanile*		18	7,1		37	25,3
Pontedera, *Chiesa maggiore*		18	26,4		40	3,3
Populonia, *Torre*		9	56,8	42	59	54,3

	Longitudini			Latitudini		
Portoferrajo, *Fanale*	28°	0'	9"6	42°	49'	9"5
Prato, *Collegio Cicognini*		45	49,8	43	52	56,6
Quinto, *Campanile*		53	25,8		50	0,8
Renaccio, *Campanile*	29	11	44,7		55	29,9
La Romola, *Campanile*	28	49	44,1		41	56,6
Rosignano, *Casa Bombardieri*		8	39,1		24	30,4
Rocca a Silano		56	16,4		16	40,6
S. Romano *MM. Osservanti*		20	55,9		58	23,4
Santopietro, *Campanile*		20	14,0		34	21,4
Sco, *Pieve*		13	4,5		50	55,2
Le Selve		45	9,0		46	30,5
Sesto, *Campanile*		52	6,0		50	3,0
Settignano, *Campanile*		59	28,1		47	10,7
Siena *Metropolitana*		59	56,2		19	16,3
Palazzo Pubblico	29	0	7,5		19	18,6
Stagno, *Palazzo*	28	1	25,4		36	17,2
Strozzavolpe, *Torre d' Ingresso*		50	46,3		28	3,7
Terra nuova, *Porta Campana*	29	15	27,6		33	19,7
Treggiaja, *Campanile*	28	20	52,5		37	40,6
Varramista, *Villa Capponi*		18	12,2		36	53,2
Vico d' Elsa, *Campanile*		45	49,3		30	55,9
Pisano, *Torre*		15	22,2		42	11,1
Villa Saletta, *Campanile*		27	51,4		35	3,5
S. Vincenzio, *Forte sul littorale*		12	27,2		6	19,0
Volterra, *Mastio*		51	59,3		24	13,6
S. Giusto		51	14,5		24	52,5

F I N E

Errori scorsi in alcuni esemplari

pag.	vers.	Errori	Correz.
47	12	momente	momento
50	28	inferiore	interiore
55	25	grande	grandi
59	26	81	80
63	5	9	9 k°
63	ult.	S'P	SvP
64	17	S'P	SvP
74	ult.	appiamo	sappiamo
79	17	Ia	la
92	ult.	ordinariamnete	ordinariamente
93	11	PCL	VCL
94	18	diagonale V, C	diagonale VC
111	5	21,5	41,5
		20,7	40,7
	5	20,7	39,58
	7	39,56	38,5
130	25	526	626
142	23	CCXLVII	CCXLVI
143	7	abitaziona	abitazione
149	penult.	CCLXIV	CCLXVI
155	19	55,5	55,8
168	20	P	G
	24	PM	GM
184	27	nota *l*	nota *k'*
190	27	31 0,7	34 23,1
192	24	27 51,4	33 12,5
ivi		3,5	54,7

